

Федеральное агентство железнодорожного транспорта  
Уральский государственный университет путей сообщения  
Кафедра «Мировая экономика и логистика»

**Д. И. Кочнева**

## **МЕТОДЫ И МОДЕЛИ ЛОГИСТИКИ**

Учебно-методическое пособие по дисциплинам  
«Основы логистики», «Логистика», «Логистика снабжения»,  
«Методы и алгоритмы решения задач оптимизации транспортных систем», «Транспортная логистика», «Экономические основы логистики», «Экономика логистической деятельности», «Экономика логистических систем», «Интегрированное планирование цепей поставок», «Логистика производства и управление затратами», «Управление цепями поставок», «Управление затратами и администрирование цепей поставок», «Управление проектами в логистике» для студентов направлений подготовки 38.03.02 «Менеджмент», 38.03.01 «Экономика», 38.04.02 «Менеджмент» (уровень магистратуры), 38.04.01 «Экономика» (уровень магистратуры), 23.03.01 «Технология транспортных процессов» всех форм обучения

**D. I. Kochneva**

## **LOGISTICS METHODS AND MODELS**

Study guide on the disciplines  
«Logistics fundamentals», «Logistics», «Supply logistics», «Methods and algorithms solving the problems of transport systems optimization», «Transport logistics», «Economic fundamentals of logistics», «Economics of logistics activities», «Economics of logistics systems», «Integrated planning of supply chains», «Production logistics and expenses management», «Supply chains management», «Expenses management and supply chains administration», «Project management in logistics» for students majoring in 38.03.02 «Managements», 38.03.01 «Economy», 38.04.02 «Management» (master's degree), 38.04.01 «Economy» (master's degree), 23.03.01 «Technology of transport Logistics processes technologies» of all forms of education

Екатеринбург  
УрГУПС  
2018

УДК 658.7  
К 15

**Кочнева, Д. И.**

К15 Методы и модели логистики: учеб.-метод. пособие / Д. И. Кочнева. – Екатеринбург : УрГУПС, 2018. – 166, [2] с.

Учебно-методическое пособие содержит обзор современной методологии логистики и подходов к систематизации ее методов и моделей. Включает оригинальную классификацию методов, используемых в теории логистики. В пособии приведены методические рекомендации к решению широкого круга задач логистики: ABC-XYZ анализ, методы оптимизации размера заказа, оптимизационные модели транспортной логистики, модели теории управления запасами, алгоритмы принятия решений при выборе из нескольких альтернатив и др. В формате каждого метода продемонстрированы примеры и возможности их реализации в среде MS Excel.

Пособие предназначено для студентов направлений подготовки 38.03.02 «Менеджмент», 38.03.01 «Экономика», 38.04.02 «Менеджмент» (уровень магистратуры), 38.04.01 «Экономика» (уровень магистратуры), 23.03.01 «Технология транспортных процессов». Может быть полезно для специалистов-практиков, руководителей и сотрудников логистических подразделений предприятий.

The study guide contains a review of modern methodology of logistics and approaches to the systematization of its methods and models. It includes an original classification of the methods, which is used in logistics theory. There are guidelines for solving of wide range of logistics tasks: ABC-XYZ analysis, methods of optimization the size of the order, optimization models of transport logistics, models of the theory of inventory management, decision-making algorithms for the selection of several alternatives etc. in the guide. Examples and possibilities of their implementation in the MS Excel environment are demonstrated in the format of each method.

The guide is intended to the students pursuing a bachelor's degree in 38.03.02 «Management», 38.03.01 «Economics», 23.03.01 «Logistic processes technologies», and students pursuing a master's degree in 38.04.02 «Management» and 38.04.01 «Economics». It can be useful for practitioners, managers and stuff of logistic divisions of companies.

УДК 658.7

*Издано по решению  
редакционно-издательского совета университета*

Автор: Д. И. Кочнева, доцент кафедры «Мировая экономика и логистика», канд. техн. наук, УрГУПС

Рецензенты: О. Н. Зуева, зав. кафедрой товароведения и экспертизы УрГЭУ, д-р экон. наук

А. В. Вохмянина, доцент кафедры «Мировая экономика и логистика», канд. техн. наук, УрГУПС

© Уральский государственный университет  
путей сообщения (УрГУПС), 2018

# Оглавление

Введение .....	5
Глава 1. Научная база логистики .....	7
1.1. Становление логистики как научной дисциплины .....	7
1.2. Современное понятие и принципы логистики .....	10
1.3. Понятийный аппарат логистики .....	13
1.4. Парадигмы логистики .....	18
1.5. Логистические концепции и технологии .....	20
1.6. Классификация методов и моделей логистики .....	24
Глава 2. Методы анализа в логистике .....	28
2.1. Метод ABC-анализа .....	28
2.2. Метод XYZ-анализа .....	39
2.3. Обобщенный ABC-XYZ анализ .....	44
Глава 3. Методы оптимизации в логистике .....	48
3.1. Классическая модель оптимального размера заказа .....	48
3.2. Модификации модели оптимального размера заказа .....	52
3.3. Транспортная задача .....	64
3.4. Задача о назначениях .....	72
3.5. Оптимизационные задачи логистики на графах. Алгоритм Дейкстры .....	80
3.6. Задача коммивояжера. Метод Кларка-Райта .....	88
Глава 4. Методы моделирования в логистике .....	98
4.1. Моделирование системы управления запасами с фиксированным размером заказа .....	99
4.2. Моделирование системы управления запасами с фиксированным интервалом времени между заказами .....	108
4.3. Моделирование систем управления запасами с установленной периодичностью пополнения запасов до постоянного уровня .....	116
4.4. Моделирование системы управления запасами «минимум-максимум» .....	122

4.5. Моделирование случайных процессов в логистических системах.....	126
Глава 5. Методы выбора решения из нескольких альтернатив.....	134
5.1. Выбор логистических посредников с использованием экспертных методов.....	135
5.2. Задача «Make or buy».....	144
5.3. Методы выбора места размещения логистических мощностей....	147
5.4. Выбор числа складов в системе распределения.....	156
Библиографический список.....	162

## Введение

Логистика является относительно молодой, развивающейся наукой и практической областью бизнеса. Многие вопросы, относящиеся к ее понятийному аппарату и методологии, постоянно уточняются, изменяются, наполняются новым содержанием.

Современная логистика – чрезвычайно широкое, междисциплинарное научное направление, включающее в себя элементы теории большого числа экономических и технических дисциплин. К основным методам, применяемым для решения научных и практических задач в области логистики, следует отнести методы системного анализа, методы исследования операций, экономико-статистические и эконометрические методы. Применение этих методов позволяет прогнозировать материальные потоки, создавать системы управления и контроля за их движением, разрабатывать системы логистического обслуживания, оптимизировать запасы и решать ряд других задач. Широкое применение в логистике получили различные методы моделирования, то есть исследования логистических систем и процессов путем построения и изучения их моделей.

В последние годы экспоненциально растет число публикаций по логистике: от тезисов докладов на конференциях до монографий и учебников. Вместе с тем сегодня не выработано единого подхода к классификации моделей и методов логистики, отсутствуют четкие границы разделов дисциплины. Это объясняется, во-первых, быстрым развитием методологии логистики, а во-вторых, интеграционным характером логистических процессов: логистика охватывает практически все сферы общественной жизни, объединяя обособленные субъекты рынка в крупную сложноорганизованную макросистему. Поэтому наиболее актуальной проблемой на современном этапе развития является формирование моделей и методов интегрированного управления логистическими бизнес-процессами.

Задача настоящего учебно-методического пособия – ознакомить читателя с наиболее распространенными моделями и методами логистики и подходами к их систематизации, продемонстрировать возможность применения теории логистики в практической деятельности.

При подготовке пособия использованы материалы публикаций признанных отечественных ученых в области логистики: Аникина А. Б., Балалаева А. С., Бродецкого Г. Л., Гаджинского А. М., Григорьева М. Н., Долгова А. П., Лукинского В. С., Моисеевой Н. К., Миротина Л. Б., Неруша Ю. М., Сергеева В. И., Стерлиговой А. Н., Уварова С. А. и др.

# Глава 1. Научная база логистики

## 1.1. Становление логистики как научной дисциплины

Определение логистики как научной дисциплины было дано еще в XIX веке военным теоретиком и историком Антуаном-Анри Жомини (1779–1869), однако этот термин он использовал в военной сфере.

Жомини подразделял систему управления войсками на три ключевых аспекта: стратегию, тактику и логистику. Последнюю он определял как «планирование, управление, материальное, техническое и продовольственное обеспечение войск, а также определение места их дислокации, строительство дорог, укреплений». Таким образом, в своих трудах Жомини утверждал, что перевозки – не единственная сфера использования логистики, в ее ведении более широкий круг вопросов, включая планирование, управление и снабжение, а также строительство коммуникаций.

Существенным фактом является то, что Жомини не только дал максимально приближенную к ее современному значению трактовку понятия логистики, но и определил ее место в иерархии управления войсками.

Его труды оказали значительное влияние на развитие военно-теоретической мысли и принципы ведения войны вплоть до начала XX века.

В период Второй мировой войны принципы логистики получили широкое распространение в области материально-технического обеспечения армии США. Согласованное взаимодействие тыловых и фронтовых снабженческих баз, военной промышленности и транспорта позволило снабжать армию оружием и продовольствием своевременно и в необходимых количествах.

Успехи логистики в военной сфере создали предпосылки ее развития в хозяйственной практике западных стран.

До 1970-х годов термин «логистика» применительно к экономической сфере не использовался. Отдельные логистические методы формировались в рамках разных научных дисциплин, таких как

теория управления запасами, математическая статистика, операционный менеджмент, материальный менеджмент и другие.

Наиболее важными факторами, послужившими толчком для развития логистического учения в экономической сфере, являются следующие.

#### *1. Переход от рынка продавца к рынку покупателя*

До начала 1960-х годов в странах с рыночной экономикой существовал рынок продавца, производители стремились повысить свою конкурентоспособность за счет совершенствования производства и выпуска новых товаров. К началу 60-х годов начал формироваться рынок покупателя, продавцы начали испытывать трудности со сбытом товаров, возник кризис перепроизводства. В новых условиях конкурентоспособность начала зависеть в большей степени от умения рационально организовать процессы доставки и сбыта.

#### *2. Повышение требований к качеству процессов распределения продукции*

В результате ожесточенной конкуренции повысились требования потребителей к качеству обслуживания. Для их удовлетворения возникла необходимость разрабатывать методы и инструменты рационального размещения складов, оптимальных схем и маршрутов доставки грузов, определения оптимальных размеров поставок и др.

#### *3. Энергетический кризис*

Рост стоимости энергии в 70-е годы XX века заставил предпринимателей искать новые способы повышения экономичности транспортировки. Традиционных подходов рационализации работы транспорта было недостаточно. Большой эффект можно было получить за счет согласования действий всех участников процесса товародвижения. Это стало новым этапом в практике управления потоковыми процессами.

#### *4. Научно-технический прогресс в области автоматизации производства*

В результате замены традиционных конвейеров автоматизированными производственными линиями были созданы гибкие производственные структуры. Это сделало рентабельным производство продукции мелкими партиями и повлекло соответствующие изменения в сферах обращения. Необходимость иметь большие склады отпала, появилась потребность в поставке грузов малыми партиями, но в жесткие сроки. Все это потребовало развития методов логистики.

### *5. Научно-технический прогресс в области средств связи и информатики*

Одним из важнейших достижений научно-технического прогресса является компьютеризация управления и развитие средств передачи данных. Это позволило воплотить логистические концепции на практике, дало возможность отслеживать все этапы движения потока. В результате сформировались методы управления не только материальными, но информационными потоками, начали разрабатываться информационные логистические системы.

### *6. Создание международных правил, стандартов логистической деятельности*

До 1980-х годов процессы товародвижения во внешней торговле усложнялись разросшимся объемом документации по внешнеторговым операциям с товарами, различиями в национальных стандартах, разнообразием в технических параметрах транспортных средств и путей сообщения, наличием импортных и экспортных ограничений. В связи с этим были разработаны инструменты по упрощению прохождения таможи, унификации правил внешней торговли, контролю технологических процедур на пограничных переходах.

### *7. Разработка теории компромиссов и теории систем*

Теория систем позволила научно подойти к проблеме товародвижения как к комплексной задаче, а различные субъекты потокового процесса представлять в виде единой системы.

Теория компромиссов позволила находить решения, повышающие общий экономический эффект, несмотря на частный ущерб отдельных звеньев общего логистического процесса.

К середине 90-х годов логистика приобрела статус концептуальной стратегии, основанной на интеграции всех областей хозяйственной деятельности в единую ресурсопроводящую систему.

Сегодня логистика имеет широкую сферу применения и включает в себя закупочную, производственную, распределительную, транспортную, складскую, информационную логистику и др. Каждая из этих сфер хозяйственной деятельности достаточно изучена. Вместе с тем новизна логистического подхода кроется в интеграции обозначенных областей деятельности для достижения желаемого результата с минимальными затратами времени, материальных и финансовых ресурсов на основе системного управления всеми видами потоков.

## 1.2. Современное понятие и принципы логистики

В настоящее время во всем мире логистика приобретает все большую популярность. Быстрыми темпами растет количество компаний, имеющих выделенные организационные структуры управления логистикой. Все более востребованными на рынке труда становятся специалисты в данной области. Между тем, трактовка понятия «логистика» неоднозначна и зависит от страны, научной школы и конкретного исследователя.

Наиболее известным определением, цитируемым большинством зарубежных университетских учебников, является определение логистики, данное Европейской логистической ассоциацией (European Logistics Association – ELA): «логистика – организация, планирование, контроль и выполнение товарного потока от проектирования и закупок, через производство и распределение до конечного потребителя с целью удовлетворения требований рынка с минимальными операционными и капитальными затратами» [50].

Большинство российских экономистов рассматривают логистику как науку или систему наук. В частности, в терминологическом словаре А. Н. Родникова дается следующее определение: «Логистика – это наука о планировании, контроле и управлении транспортированием, складированием и другими материальными и нематериальными операциями, совершаемыми в процессе доведения сырья и материалов до производственного предприятия, внутризаводской переработки сырья, материалов и полуфабрикатов, доведения готовой продукции до потребителя в соответствии с интересами и требованиями последнего, а также передачи, хранения и обработки соответствующей информации» [40].

Многие отечественные исследователи утверждают, что отличительной чертой современной логистики является интегральный подход. В частности, в работах [14, 27] логистика рассматривается в двух аспектах: широком смысле, как наука об управлении материальными потоками, связанной с ними информацией, финансами и сервисом, в определенной экономической системе для достижения поставленных перед ней целей; и в узком смысле (с позиций бизнеса), как инструмент интегрированного управления материальными, информационными, финансовыми потоками от мест их возникновения до конечного потребителя, в соответствии с требованиями последнего и с оптимальными затратами ресурсов.

В большинстве случаев понятие логистики рассматривается в двух аспектах: научном и практическом. Как прикладная наука, логи-

стика разрабатывает новые, эффективные методы управления материальными и информационными потоками в сферах производства и обращения. Как практическая деятельность — обеспечивает применение этих методов.

При этом нужно учитывать тот факт, что управление материальными потоками в экономике осуществлялось с древнейших времен, однако логистикой эта деятельность стала называться лишь со второй половины прошлого века. В связи с этим справедлив вопрос о специфике концепции логистики по сравнению с другими научными теориями оптимизации материальных потоков.

По мнению А. М. Гаджинского, специфика логистики заключается в выделении единой функции управления прежде разрозненными материальными потоками; в технической, технологической, экономической и методологической интеграции отдельных звеньев материалопроводящей цепи в единую систему, обеспечивающую эффективное управление сквозными материальными потоками [8-9].

Таким образом, опираясь на анализ современной отечественной и зарубежной литературы, можем сформулировать следующее определение понятия логистика: логистика — это теория и практика управления сквозными материальными потоками, а также потоками информации и финансов на основе реализации технической, технологической и экономической интеграции отдельных звеньев товаропроводящей цепи в единую систему.

Как и любая научная дисциплина, логистика имеет свой объект и предмет исследования.

Объект исследования логистики — материальный поток, а также сопутствующие ему потоки информации и финансов.

Предмет исследования логистики — оптимизация ресурсов в определенной системе при управлении материальным потоком, а также сопутствующими потоками информации и финансов.

Методология логистики базируется на следующих принципах.

#### *1. Принцип системности*

Данный принцип означает, что принятие решений в логистике требует комплексного системного подхода. Согласно системному подходу, все элементы логистического процесса должны рассматриваться как взаимосвязанные и взаимодействующие для достижения единой цели.

#### *2. Принцип общих затрат*

Оптимальные решения в логистике должны базироваться на критерии общих (тотальных) издержек логистического процесса. Это

возможно благодаря применению теории компромиссов, которая позволяет находить решения, повышающие общий экономический эффект, несмотря на частный ущерб отдельных звеньев общего логистического процесса.

Примером использования данного принципа является поиск оптимального размера поставки. Крупные партии поставки позволяют экономить на транспортировке и оформлении заказов, дают возможность получения оптовых скидок. С другой стороны, чем меньше партия отправки, тем ниже будут издержки, связанные с хранением запаса и накоплением партии. Поиск компромисса между двумя центрами логистической активности (склад и транспорт) позволяет найти решение, которое минимизирует не каждую группу издержек в отдельности, а общие логистические издержки.

### *3. Принцип логистической интеграции и координации*

При реализации целей логистической системы необходимо достижение согласованного, интегрального участия всех элементов общего логистического процесса в управлении материальными потоками, а также сопутствующими потоками информации и финансов.

Для реализации данного принципа необходимо создание в цепи поставок некоего интегрирующего звена. Таким звеном может быть информационно-аналитический логистический центр, назначением которого является координация всех потоков в логистической системе с целью достижения максимального совокупного экономического эффекта.

### *4. Принцип моделирования логистических систем*

Логистическая система является сложной динамической открытой социально-экономической системой, поэтому проведение экспериментов с ней невозможно или чрезвычайно рискованно. В связи с этим любые решения относительно функционирования логистических систем должны применяться в результате моделирования. Модель — условное представление реального объекта, сохраняющее его основные свойства. При анализе и оптимизации процессов в логистике широко используются различные модели, такие как математические, экономико-математические, графические, имитационные.

### *5. Принцип информационно-компьютерной поддержки*

В настоящее время рациональный логистический менеджмент практически невозможен без соответствующей информационно-компьютерной поддержки. Современные информационные технологии используются в логистике для:

— создания имитационных моделей логистических процессов с целью поиска оптимальных решений;

– выполнения сложных расчетных алгоритмов при управлении логистическими процессами (информационные логистические системы MRP, ERP, DRP, CRM и др.);

– осуществления связи и мгновенного обмена данными (технология электронного обмена данными – EDI (Electronic Data Interchange));

– кодирования, хранения, передачи информации о материальном потоке (технологии штрихового кодирования, QR-кодирование, технология RFID).

#### *6. Принцип устойчивости и адаптивности*

Логистическая система должна устойчиво функционировать при допустимых отклонениях параметров и факторов внешней среды. При значительных случайных изменениях внешней среды логистическая система должна адаптироваться к новым условиям, меняя стратегию функционирования, параметры и критерии оптимизации.

### **1.3. Понятийный аппарат логистики**

Логистика является молодой наукой, многие понятия и термины которой уточняются.

Основным понятием логистики, объектом ее исследования является поток. В литературе существует несколько определений потока, большинство ученых сходятся во мнении, что поток – это совокупность объектов, воспринимаемая как единое целое, существующая как процесс на некотором интервале времени, измеряемая в абсолютных единицах [30].

Основным видом потока в логистике является материальный поток, ему сопутствуют или соответствуют информационные и финансовые потоки, а также потоки услуг.

*Материальный поток* представляет собой находящиеся в состоянии движения товарно-материальные ценности (сырье, материалы, незавершенное производство, готовая продукция), к которым применяются логистические операции, обусловленные физическим перемещением в пространстве и времени от поставщика потребителю. Параметрами материального потока являются: габаритные и весовые характеристики, плотность, номенклатура, ассортимент, условия контрактов транспортировки и купли-продажи, стоимостные характеристики перемещаемого товара и другие.

Формами существования материального потока являются грузовой поток и транспортный поток. Грузовой поток образован совокупностью грузов на транспортном средстве, находящихся в процессе перемещения из пункта погрузки к пункту выгрузки. Транспортный поток – совокупность перемещающихся на заданном маршруте транспортных средств. Разновидностями транспортного потока являются автомобилепотоки, вагонопотоки, контейнеропотоки и т. п. Транспортный поток в отличие от прочих форм может быть груженым и порожним.

*Информационный поток* – поток сообщений в речевой, бумажной или электронной формах, предназначенный для реализации управляющих функций в логистической системе и обусловленный конкретным материальным потоком. Управление информационным потоком осуществляется путем: изменения направления потока; ограничения скорости передачи информационного потока до соответствующей скорости приема; ограничения объема информационного потока до величины пропускной способности отдельного участка пути или узла.

*Финансовый поток* – поток финансовых средств, необходимых для обеспечения движения материального потока, циркулирующих внутри логистической системы и между логистической системой и внешней средой. Основной целью управления финансовыми потоками в логистике является обеспечение движения материального потока финансовыми ресурсами в нужные сроки, в необходимых объемах, с использованием наиболее эффективных финансовых источников.

*Сервисный поток* – количество услуг, оказываемых за определенный временной интервал. Необходимость введения понятия сервисного потока в теорию логистики обусловлена развитием и возрастающей важностью сферы услуг в современной экономике.

Для управления основными и сопутствующими потоками организуются логистические системы.

*Логистическая система (ЛС)* – совокупность функционально соотнесенных элементов, взаимосвязанных между собой, нацеленная на комплексное управление материальным потоком, а также сопутствующими потоками информации и финансов. Отличительным свойством ЛС является наличие потоковых процессов. По масштабу сферы деятельности ЛС разделяют на две группы: микрологистические и макрологистические.

*Макрологистическая система* – это крупная система управления материальными потоками, охватывающая предприятия и организа-

ции промышленности, посреднические, торговые и транспортные организации различных ведомств. Взаимосвязи элементов макрологистической системы строятся на базе товарно-денежных отношений.

*Микрологистическая система* — это внутрипроизводственная система предприятия, в состав которой входят технически связанные функциональные подразделения, объединенные единой инфраструктурой. Взаимосвязи элементов микрологистической системы строятся на базе внутрипроизводственных отношений.

В настоящее время многие исследователи выделяют также мезологистические системы, которые сочетают признаки как микрологистических, так и макрологистических систем. К ним относятся крупные транснациональные корпорации с разветвленной производственной структурой и глобальной цепью поставок.

В рамках логистических систем формируются логистические цепи (ЛЦ). *Логистической цепью* принято называть линейно упорядоченное множество звеньев, осуществляющих последовательное доведение потока до потребителя.

Существует два основных подхода к декомпозиции логистических цепей: объектный и процессный. При объектном подходе в качестве звеньев логистической цепи рассматриваются отдельные участники процесса продвижения потока (юридически обособленные предприятия или их подразделения, терминалы, станции, склады и т. д.) При процессном подходе в качестве звеньев логистической цепи рассматривают отдельные операции или этапы процесса продвижения потока (например, перевозка, складирование, погрузка, выгрузка).

Применение объектного или процессного подхода к декомпозиции логистической цепи зависит от характера решаемых задач.

Применение объектного подхода к декомпозиции логистических цепей целесообразно в случаях:

- решения задачи организации взаимодействия участников процесса доставки;
- определения числа и специализации транспортно-логистических посредников.

Целесообразность процессного подхода определяется следующими факторами:

- разложение процесса на элементарные операции позволяет обеспечить учет затрат и времени на эти операции и в конце концов обеспечить расчет общих издержек и продолжительности конкретной логистической цепи;

- возможность квалифицированного отбора логистических операций для дальнейшей передачи на аутсорсинг;
- возможность отбора четкого перечня задач для исполнения конкретными логистическими посредниками в соответствии с их возможностями.

Согласно принципу иерархичности любую систему (в том числе логистическую) можно разделить на системы более низкого уровня, подсистемы, элементы. Декомпозиция логистической системы предполагает разделение ее на составные части с целью анализа и проектирования. В качестве уровней декомпозиции логистических систем принято выделять: подсистемы, звенья, элементы логистических систем.

*Подсистема ЛС (на микроуровне)* – определенный комплекс элементов и звеньев ЛС, выделенный в соответствии с организационной структурой предприятия, который позволяет решать задачи управления отдельной функциональной областью логистики предприятия.

*Подсистема ЛС (на микроуровне)* – множество элементов и звеньев ЛС, объединенных с целью выполнения комплекса логистических функций по доведению материального потока от мест его генерации конечному потребителю.

*Подсистемы ЛС* подразделяют на функциональные и обеспечивающие. Функциональные непосредственно связаны с процессами продвижения материального потока. Обеспечивающие создают условия для его эффективного продвижения.

*Звено логистической системы (ЗЛС) (на микроуровне)* – структурно обособленное подразделение компании, рассматриваемое как целое в рамках ЛС, выполняющее определенный комплекс логистических операций в рамках выделенной функциональной области. Звеном ЛС на уровне предприятия может являться, например, материальный склад, производственных цех, служба сбыта.

*Звено логистической системы (ЗЛС) (на макроуровне)* – юридически самостоятельное предприятие, рассматриваемое как целое в рамках ЛС, реализующее один или несколько видов логистической деятельности (например, промышленное предприятие, торговая фирма, транспортная фирма).

*Элемент логистической системы (ЭЛС)* – это неделимая в рамках поставленной задачи часть звена логистической системы. На микроуровне примером элемента логистической системы является участок экспедиции склада, рабочее место производственного цеха и т.п. На макроуровне в качестве элементов ЛС можно выделить отдель-

ные функциональные подразделения предприятий, рассматриваемые в рамках решаемой задачи неделимыми.

Движение материальных и сопутствующих потоков в логистической системе, создание и поддержание запасов инициируют логистические процессы и операции.

*Логистический процесс* — это последовательная совокупность действий по доведению материального потока от продавца покупателю, а также сопутствующие операции по информационному и финансовому обеспечению потока.

Свойствами логистического процесса являются управляемость, нацеленность на результат, пространственно-временная организация. Примерами логистического процесса являются процесс доставки груза, процесс снабжения предприятия сырьем и материалами, процесс физического распределения продукции и др. Логистический процесс состоит из совокупности последовательных операций.

*Логистическая операция* — это неделимая в рамках поставленной задачи часть процесса, элементарное действие, направленное на преобразование материальных, транспортных или сопутствующих им информационного и финансового потоков.

*Логистической функцией* принято называть совокупность логистических операций, направленных на реализацию поставленных перед логистической системой задач. Логистические функции, осуществляемые на предприятии, зависят от его отраслевой и продуктовой специализации, корпоративной информационной системы, организационной структуры управления, конкурентной стратегии, логистической инфраструктуры. Выделение логистических функций прямо связано с обособлением на предприятии логистических структурных подразделений, отвечающих за управление снабжением, складированием, транспортировкой и др.

В отечественной литературе принято выделять функциональные области логистики, которые в силу особенностей разных сторон деятельности предприятия объединяют логистические функции.

В литературе обозначены следующие функциональные области логистики:

1) логистика закупок и снабжения оптимизирует поставки сырья и материалов к месту производственной деятельности, а также управляет сопутствующей информацией и финансами;

2) логистика производства оптимизирует движение материального потока в рамках технологического цикла изготовления продукции через качественное изменение характеристик материального потока;

3) логистика распределения и сбыта оптимизирует движение материальных и сопутствующих потоков в товаропроводящих цепях, в процессе распределения продукции от производителя к конечному потребителю;

4) логистика сервисного обслуживания изучает процессы оказания сопутствующих логистических услуг в процессе доведения продукции до потребителя;

5) транспортная логистика оптимизирует потоки грузов и транспортных средств на пути от источника к потребителю на основе интегрированного взаимодействия видов транспорта и логистических звеньев;

6) логистика запасов и складирования оптимизирует процессы складирования и хранения запасов, сырья, материалов, готовой продукции на складах предприятий, торговли посреднических организаций;

7) информационная логистика оптимизирует информационные процессы в логистических системах, обеспечивает их синхронизацию с процессами перемещения материальных, транспортных и других физических потоков.

Таким образом, в логистике сформировался определенный понятийный аппарат. Вместе с тем многие вопросы, относящиеся к ее терминологии, постоянно уточняются и изменяются, наполняясь новым содержанием. Рыночное изменение настолько интенсивно, что теория логистики зачастую не успевает за практикой, особенно в сфере применения современных информационных технологий и систем, управления цепями поставок, электронного бизнеса, виртуальной логистики.

## **1.4. Парадигмы логистики**

Эволюция современной концепции логистики неразрывно связана с парадигмами логистики.

Парадигма логистики – это совокупность фундаментальных научных установок логистики, представлений и терминов, методов и концепций логистики, принимаемая и разделяемая научным сообществом.

Исторически сложились четыре основные парадигмы: аналитическая, технологическая (информационная), маркетинговая, интегральная.

### *1. Аналитическая парадигма*

Аналитическая парадигма – это первоначальный классический взгляд на логистику как на теоретическую науку.

Научно-теоретическую базу этой парадигмы составляют методы и модели исследования операций, теории управления запасами, экономической кибернетики, математической статистики и т. п.

Применение аналитической парадигмы характеризуется построением весьма сложной экономико-математической модели, отражающей решаемую логистическую проблему. Реализация подобных моделей требует большого объема исходных данных и разработки сложных алгоритмов принятия решений. В связи с этим сфера практического применения логистических моделей, основанных на данной парадигме, сужена до внутрипроизводственных логистических систем.

### *2. Технологическая парадигма*

Появление технологической парадигмы тесно связано с развитием информационных технологий в 1960-е годы. Ее сущность заключается в возможности построить информационно-компьютерное обеспечение решения обозначенной логистической проблемы.

Научно-теоретической базой данной парадигмы является системный подход, который используется как для моделирования логистических процессов, так и для построения систем компьютерной поддержки этих процессов. В рамках этой парадигмы основная стратегия менеджмента состоит в автоматизации тривиальных проблем и использовании информационно-компьютерной поддержки для решения более сложных логистических задач.

Примером использования данной парадигмы являются концепция MRP (Material Requirements Planning – «планирование потребностей в материалах»), а также более развитые системы на ее базе – MRP-II, ERP и др. Недостаток применения технологической парадигмы состоит в невысокой гибкости и динамичности принимаемых на ее базе решений.

### *3. Маркетинговая парадигма*

Маркетинговая парадигма возникла в начале 80-х годов в странах с рыночной экономикой. Философия ее состоит в стремлении реализовывать стратегию конкуренции на рынке сбыта продукции, что требует решения ряда маркетинговых задач.

Научно-теоретической основой маркетинговой парадигмы являются экономические и социальные дисциплины: экономика и организация производства, менеджмент, управление персоналом, маркетинг, социальная психология и др., а также такие математические

методы, как теория вероятностей, математическая статистика, методы исследования операций.

Примером использования данной парадигмы является концепция LRP (Logistics Requirements Planning) – система контроля материальных потоков на уровне предприятий, территориально-производственных объединений и макрологистических структур.

#### *4. Интегральная парадигма*

В последние годы укоренилась новая парадигма логистики – интегральная. Ее философия заключается в рассмотрении логистики как инструмента интеграции различных логистических функций фирмы и ее партнеров в общую логистическую цепь для достижения целей бизнеса.

Интегральная парадигма раскрывает новое понимание бизнеса: отдельные предприятия и объекты рассматриваются как некие центры логистической активности, прямо или косвенно связанные в едином процессе интегрированного управления сквозным материальным потоком для полного удовлетворения запросов конечного потребителя в соответствии с целями бизнеса.

Научную основу данной парадигмы составляют: концепция управления цепями поставок, интегрированные системы дистрибуции, концепция всеобщего управления качеством, концепция «точно в срок», концепция «бережливого производства».

## **1.5. Логистические концепции и технологии**

В общем смысле под термином «концепция» понимают основную точку зрения по некому вопросу, ведущий замысел, руководящую идею, методологические принципы научной дисциплины.

*Логистическая концепция* – платформа поддержки бизнеса и комплекс методов оптимизации ресурсов предприятия в процессе управления материальными и сопутствующими потоками. В рамках логистических концепций существуют отдельные логистические технологии.

Термин «логистическая технология» появился сравнительно недавно в процессе превращения неких методов и процедур принятия решений в стандартные алгоритмы.

*Логистическая технология* – это стандартизированный алгоритм выполнения определенной логистической функции в логистической системе, поддерживаемый соответствующей информационной системой и воплощающий определенную логистическую концепцию.

В процессе развития логистики возникли и получили развитие следующие логистические концепции.

*Концепция RP – Requirements /resource planning* («Планирование потребностей/ресурсов») предполагает автоматизацию планирования потребностей предприятия в ресурсах в сфере производства и распределения. Данная концепция получила широкое распространение в 1970-е годы в связи с развитием информационно-вычислительной техники, базируется на технологической парадигме логистики.

На базе концепции RP разработаны такие логистические технологии, как MRP, MRPII (в производстве и снабжении), DRP (в дистрибуции), ERP, SCRP (на уровне бизнеса в целом). На концепции RP основаны производственные логистические системы «толкающего» типа.

*Концепция JIT – Just-in-time* («Точно в срок») – подход к организации движения материального потока таким образом, чтобы все материалы и полуфабрикаты поступали в нужное место в необходимом количестве и точно к установленному сроку. Концепция зародилась в 1950-е в рамках производственной системы предприятия Тойота.

Основное назначение концепции JIT – исключить страховые запасы. Благодаря тому, что продукт поступает в заданную точку в точно установленное время без задержек и опозданий, страховой запас становится ненужным. Это позволяет сокращать общий уровень запаса на предприятии, освобождать складские площади, снижать затраты на хранение запаса и высвобождать капитал, замороженный в запасах.

Сегодня ее принципы распространяются на другие сферы логистики. Наиболее популярная логистическая технология на базе концепции JIT – система Канбан. На основе концепции JIT работают производственные логистические системы «тянущего» типа.

*Концепция LP – Lean Production* («Плоское/стройное/бережливое производство») – логистическая концепция управления производством, основанная на стремлении к устранению всех видов потерь. Концепция возникла как интерпретация идей компании Тойота американскими исследователями ее феномена.

*Ключевая идея концепции* – на каждом этапе создания продукта оценка его ценности для конечного пользователя. С этой позиции термин «потеря» – это действие, которое потребляет ресурсы, но не создает ценности (или не является важным) для конечного потребителя. Один из создателей производственной системы предприятия Тойота Тайити Оно выделил следующие 7 видов потерь:

- 1) потери из-за лишних этапов переработки;
- 2) потери времени из-за ожидания;
- 3) потери из-за перепроизводства;
- 4) потери из-за избыточных запасов;
- 5) потери из-за излишних перемещений;
- 6) потери при ненужной транспортировке;
- 7) потери в связи с выпуском бракованной продукции.

На базе производственной концепции LP сформировались такие технологии, как «поток единичных изделий», система Канбан, система 5S, TPM (total productive maintenance), система быстрой переналадки (SMED), пока-ёкэ и др.

*Концепция SCM – Supply chain management («Управление цепями поставок»)* – логистическая концепция, заключающаяся в интегрированном планировании и управлении потоками сырья, материалов, незавершенного производства, готовой продукции за счет получения оперативной информации о перемещениях товара. Термин SCM (Supply Chain Management) был предложен в начале 80-х годов в США и с тех пор получил широкое распространение в практике бизнеса. На базе концепции разработаны прикладные информационные логистические технологии (SCM-системы), предназначенные для автоматизации процессов управления на всех этапах снабжения и товародвижения на предприятии. Программный модуль SCM включается в состав современных продвинутых корпоративных систем управления, таких как ERP/SCRP.

*Концепция DDT – Demand Driven Techniques («Техника реагирования на спрос»)* объединяет комплекс технологий управления запасами, направленных на быстрое удовлетворение спроса. *Целью концепции DDT* является сокращение времени выполнения заказа путем быстрого пополнения запасов в тех звеньях логистической цепи, где прогнозируется рост спроса. Для реализации цели концепции необходимо улучшать организацию взаимодействия производителей, оптовых и розничных посредников как элементов интегрированной логистической системы.

На базе концепции DDT реализованы 4 основные логистические технологии: технология точки перезаказа (RBR – Rules Based Reorder), метод быстрого реагирования (QR – Quick Response), технология непрерывного пополнения запаса (CR – Continuous Replenishment), технология автоматического пополнения запаса (AR – Automatic Replenishment).

*Концепция ECR – Effective Customer Response («Эффективная реакция на запросы потребителей»)* – комплексная стратегия управ-

ления логистикой, предполагающая оптимизацию цепи поставок совместными усилиями производителей, посредников и предприятий оптовой и розничной торговли с целью обеспечения конечных потребителей продукцией с наибольшей эффективностью, лучшим сервисом и меньшими затратами времени. Концепция ECR предлагает новые подходы к организации оптовой торговли и работе с каналами распределения.

Технически ECR представляет собой компьютерную программу, позволяющую автоматизировать обработку заказов. Информация о реализации магазинов напрямую используется для пополнения запаса в сети распределения. При этом повышается точность выполнения заказов, так как объемы запасов становятся меньшими, а товарные потоки регулярными.

*Концепция VAL – Value added logistics* («Логистика добавленной стоимости») – подход к организации логистического процесса, основанный на создании наибольшей добавленной стоимости в логистической цепи. Основным инструментом в достижении этих целей является логистический сервис.

Выделяют несколько уровней логистического сервиса в зависимости от величины добавленной стоимости логистического обслуживания.

Уровень 1PL (First Party Logistic ) предполагает, что производитель (клиент) самостоятельно выполняет транспортные и логистические функции, не привлекая третьих лиц.

Уровень 2 PL (Second Party Logistic). Клиент нанимает перевозчика или складского оператора в качестве субподрядчика для оперативного выполнения четко определенной транспортной или логистической задачи. Организация логистического процесса остается в ведении клиента.

Уровень 3 PL (Third Party Logistic). Клиент передает пакет транспортно-логистической деятельности провайдеру логистических услуг, который организует эти мероприятия и может привлекать третьи стороны для выполнения конкретных операций. Клиент часто вступает в долгосрочное партнерство с логистическим провайдером.

Уровень 4 PL (Fourth Party Logistic). Клиент заказывает провайдеру не только выполнение транспортно-логистических задачи, но и управление ими.

*Концепция TBL – Time-based logistics* («Логистика, ориентированная на время» или «Логистика в реальном масштабе времени») – комплекс инструментов, направленных на сокращение продолжи-

тельности всех фаз жизненного цикла продукции: проектирования продукции, поставок материалов, производства, распределения и доставки готовой продукции потребителям. Сокращение времени логистического цикла достигается за счет интеграции звеньев логистической цепи (поставщиков, производителей, посредников, торговых и транспортных организации) и обмена исчерпывающей информацией о параметрах потока в реальном масштабе времени.

Применение концепции Time-based logistics на практике стало возможным благодаря развитию Интернета и современных информационных технологий. Оперативный информационный обмен в цепях поставок позволяет повысить точность прогнозов, оптимизировать объемы запасов у производителей и в сетях дистрибуции. Сокращение объема запасов становится возможным в связи с тем, что современные информационные системы сводят к нулю неопределенность в цепи поставок, связанную с неточностью прогноза и ошибками при доставке продукции.

## **1.6. Классификация методов и моделей логистики**

Теория логистики — молодая наука, многие ее методы и модели, широко используемые в различных областях, возникли сравнительно недавно. В связи с этим сегодня не выработано единого подхода к структуризации методов и моделей логистики, отсутствуют четкие рамки в понимании научной базы логистики.

В работах В.И. Сергеева [14] выделено 46 дисциплин, составляющих научную базу логистики:

1) математика (теория вероятностей, математическая статистика, теория случайных процессов, математическая теория оптимизации, функциональный анализ, теория матриц, факторный анализ);

2) исследование операций (линейное и нелинейное программирование, теория игр, теория статистических решений, теория массового обслуживания, теория управления запасами, моделирование, сетевое планирование);

3) техническая кибернетика (теория больших систем, теория прогнозирования, общая теория управления, теория автономного регулирования, теория графов, теория информации, теория связи, теория расписаний, теория оптимального управления);

4) экономическая кибернетика и экономика (теория оптимального планирования, методы экономического прогнозирования,

маркетинг, менеджмент, стратегическое и оперативное планирование, операционный менеджмент, управление качеством, ценообразование, управление персоналом, финансы, бухгалтерский учет, управление проектами, управление инвестициями, социальная психология, экономика и организация транспорта, складского хозяйства, торговли).

Приведенная классификация формирует общее представление о научной базе логистики и ее взаимосвязи с другими научными дисциплинами. Вместе с тем стоит отметить, что диапазон таких дисциплин может стать базой не только для логистики, но и для ряда других научных направлений.

Успешная попытка классификации логистических методов приведена в работе Лукинского В. С. [30]. На рис. 1.1 представлена предложенная им укрупненная схема, отражающая научную базу в виде моделей и методов теории логистики.



Рис. 1.1. Укрупненная структуризация моделей и методов научной базы логистики [30]

Представленная структуризация методов и моделей логистики позволяет решать большинство задач теории логистики, описанных в научных и учебных трудах. Вместе с тем, данная классификация не позволяет проследить связь с решением конкретных задач, возникающих при реализации логистической деятельности.

Классификация конкретных моделей и методов логистики большинством исследователей производится в привязке к определенной функциональной области: снабжение, производство, распределение, транспорт, склад.

Например, в работах [9, 10, 24] приведена следующая группировка методов логистики:

1) методы, модели и алгоритмы закупочной логистики (алгоритм выбора поставщика, методы прогнозирования потребностей, модели управления запасами сырья и материалов);

2) модели и методы по управлению запасами (модель EOQ, модели контроля и управления запасами, ABC-анализ);

3) методы и модели производственной логистики (концепции JIT, методы статистической оценки и контроля производственных процессов, методы объемно-календарного (ОКМ) и объемно-динамического (ОДМ) планирования хода производства);

4) модели и методы распределительной логистики (алгоритм выбора оптимального варианта распределения материального потока; модель решения задачи размещения распределительных складских центров при распределении материальных потоков; метод определения координат склада);

5) модели и методы складской логистики (метод Парето; методика принятия решения об аренде или строительстве склада, модель выбора вариантов оптимального размещения складов);

6) модели и методы транспортной логистики (модели выбора перевозчиков; методы маршрутизации перевозок; модель закрепления поставщиков за потребителями; модель «Точно в срок»).

На наш взгляд, такое деление весьма спорно в связи с отсутствием четких границ между функциональными сферами логистики и возможностью применения одних и тех же логистических инструментов для решения разных задач. Так, например, классическая задача логистики производства «Make or buy», позволяющая принимать решение о закупке или собственном производстве комплектующих, также успешно используется в функциональных сферах складирования (выбор формы собственности склада) или транспорта (обоснование передачи транспортных операций на аутсорсинг). Методы

управления запасами ABC и XYZ широко используются для группировки клиентской базы предприятия и развития взаимоотношений с клиентами. Системы экспертной оценки поставщиков также могут использоваться для выбора транспортно-логистических посредников и других звеньев логистической цепи.

На основе обзора существующих методов и моделей логистики предлагаем авторский подход к их классификации в зависимости от решаемой задачи (рис. 1.2).



Рис. 1.2. Классификация методов логистики

Предложенная классификация опирается на анализ конкретных методик, моделей, алгоритмов теории логистики, описанных в литературе [1-4, 7-9, 12, 14, 24, 30, 34 -37, 39, 49 ]. Вместе с тем, она не является исчерпывающей, может быть уточнена и дополнена.

Дальнейшее изложение настоящего пособия опирается на приведенную классификацию и содержит описание некоторых из представленных методов теории логистики.

## Глава 2. Методы анализа в логистике

Анализ является одной из важнейших функций управления любыми экономическими процессами, включая соответственно и логистические процессы. Под анализом в широком смысле понимают декомпозицию изучаемого объекта или процесса на части с целью экономического, финансового, технического исследования этих частей. С позиций логистики необходимо проводить экономический и финансовый анализ-аудит, позволяющие оценить принимаемые логистическими менеджерами предприятий решения, сказывающиеся в конечном итоге на уровне общих затрат, прибыли, рентабельности и других результирующих показателей.

Важную роль в процессах логистического анализа и контроля играют процедуры измерения результатов решений, принимаемых логистическим менеджментом. На основе результатов анализа осуществляется как построение самих организационно-экономических систем, так и выбор стратегии их развития и функционирования, методов выбора и обоснования решения на различных иерархических уровнях управления соответствующими объектами и бизнес-процессами.

Наиболее известные методы анализа в теории логистики – ABC и XYZ-анализ, которые используются преимущественно для систематизации и группировки многономенклатурных запасов. Помимо этого методики ABC и XYZ-анализа находят применение в других функциональных областях логистики, где требуется систематизация разнородных объектов управления. Например, для группировки контрагентов бизнеса – поставщиков, клиентов, каналов сбыта и др.

### 2.1. Метод ABC-анализа

ABC-классификация, известная также как метод Парето, или правило 80/20, является хорошо развитым инструментом группировки объектов управления в логистике. Идея метода ABC состоит в том, чтобы из всего множества однотипных объектов выделить наиболее значимые с точки зрения обозначенной цели. Таких объектов,

как правило, немного, и именно на них необходимо сосредоточить основное внимание.

Применительно к управлению запасами основную идею ABC-анализа можно сформулировать следующим образом: надежный контроль 20 % позиций запаса позволяет на 80 % контролировать систему.

ABC-анализ представляет собой следующую последовательность действий:

- 1) определение цели и объектов анализа;
- 2) определение критериев для дифференциации объектов анализа;
- 3) ранжирование показателей;
- 4) оценка объектов анализа по выделенным критериям;
- 5) разделение объектов на группы;
- 6) интерпретация результатов анализа.

На *первом этапе* ABC-анализа определяется его цель и объекты дифференциации. Например, целью анализа может быть:

а) пересмотреть объем/интервал заказа по товарам различных групп, объект анализа – ассортиментные позиции;

б) проанализировать складской запас и принять решение об активизации продаж по позициям со сверхнормативным остатком, объект анализа – также ассортиментные позиции, но критерий дифференциации будет иным;

в) пересмотреть условия работы или сменить поставщиков группы А, объект анализа – поставщики компании;

г) пересмотреть условия работы с покупателями различных групп, объект анализа – покупатели компании.

На *втором этапе* ABC-анализа необходимо определить критерий, на основе которого будет происходить дифференциация объектов анализа.

Например, для ассортиментных позиций критериями дифференциации могут быть: объем продаж по себестоимости; объем продаж в количественном выражении; доход от позиции; величина текущего или среднего остатка на складе. Поставщики могут дифференцироваться по следующим критериям: величине текущего или среднего остатка на складе в разрезе поставщиков; объему оборотных средств, вложенных в работу с тем или иным поставщиком; доходности средств, вложенных в работу с поставщиком. Клиентскую базу можно группировать по объему продаж, доходам от каждого покупателя, объему дебиторской задолженности.

На *третьем этапе* анализируемые объекты ранжируются в порядке убывания значения критерия.

На *четвертом этапе* производится оценка объектов по их вкладу в общий результат. Для этого рассчитывается удельная доля величины критерия каждого объекта в общей сумме, а также доля с нарастающим итогом:

$$w_i = c_i / \sum c_i ; \quad (2.1)$$

$$w'_i = w'_{i-1} + w_i , \quad (2.2)$$

где  $c_i$  – значение критерия  $i$ -го объекта;

$w_i$  – удельная доля  $i$ -го объекта;

$w'_i$  – доля  $i$ -го объекта с накопленным итогом.

Обозначенные расчеты возможно произвести с использованием доступных программных средств, например в MS Excel, это повышает возможность автоматизации проведения анализа, что особенно важно для многономенклатурных объектов.

На пятом этапе по результатам расчетов производят разделение классифицируемых объектов на группы. В группу А относят все наименования продукции, сумма стоимостей которых составляет 70–80 % суммарной стоимости всего запаса. В группу А, как правило, попадает от 10 до 20 % всей номенклатуры. В группу В входят те виды запасов, сумма которых составляет 10–20 % общей стоимости. К этой группе запасов относится 20–30 % всех наименований товаров. К группе С относят виды запасов, совокупная стоимость которых составляет 5–10 % общей стоимости. В группу С входит 50–70 % всех видов запасов.

Процентные соотношения групп А, В и С в общей совокупности по материалам некоторых учебных и научных публикаций приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

### Подходы к дифференциации групп А, В и С

Источник	Группа А		Группа В		Группа С	
	Стоимость, %	Число позиций запаса, %	Стоимость, %	Число позиций запаса, %	Стоимость, %	Число позиций запаса, %
Бауэрсокс Д. Дж., Клосс Д. Дж. [6]	80	20	15	30	5	50
Д. Уотерс [49]	70	10	20	30	10	60
Аникин Б.А. [24]	80	15–20	10–15	30	5–10	50–55

Источник	Группа А		Группа В		Группа С	
	Стоимость, %	Число позиций запаса, %	Стоимость, %	Число позиций запаса, %	Стоимость, %	Число позиций запаса, %
Гаджинский А. М. [10]	75	10	20	20	5	70
Сергеев В.И. [14]	75– 80	10–15	15–20	20– 25	5–10	60–70

На шестом этапе необходимо интерпретировать результаты анализа, сделать выводы относительно управления объектами различных групп. Некоторые типовые решения относительно выбора стратегии по результатам ABC-анализа на основе источников [14, 30, 35-36] приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2

### Интерпретация результатов ABC-анализа

Объект анализа	Критерий анализа	Рекомендации по управлению группой А	Рекомендации по управлению группой В	Рекомендации по управлению группой С
Ассортимент	Доход от реализации позиции	Не прерывной контроль состояния запаса; обеспечение постоянного наличия запаса (высокий страховой запас); «горячая зона» склада	Обеспечение высокой вероятности наличия запаса; поиск новых заказчиков для группы для увеличения объема продаж	Создание запасов под заказ клиента; «холодная» зона склада; невысокие страховые запасы
Ассортимент	Стоимость запаса	Не прерывной контроль состояния запаса; комбинированные методы прогнозирования запаса; система управления запасами с фиксированным размером заказа; минимизация уровня запаса (для сокращения замороженного капитала)	Период контроля – 1-2 недели, трендовые модели прогнозирования запаса с учетом сезонности; оптимизация уровня запаса	Период контроля – месяц и более; простые модели прогнозирования запаса (сглаживание и т.п.), система управления запасами с фиксированным интервалом времени между заказами; максимизация уровня запаса

Окончание табл. 2.2

Объект анализа	Критерий анализа	Рекомендации по управлению группой А	Рекомендации по управлению группой В	Рекомендации по управлению группой С
Поставщики	Объем закупок	Налаживание долгосрочных доверительных отношений с поставщиками; детальный анализ контрактов и условий работы с поставщиками группы	Увеличение объемов закупок для снижения зависимости от поставщиков группы А	Низкий уровень зависимости от поставщиков; возможно пересмотреть отношения с поставщиками, отказаться от поставщиков, предлагающих невыгодные условия
Клиентская база	Объем продаж	Налаживание долгосрочных доверительных отношений с клиентами; предоставление льготных условий; планирование производства совместно с клиентом (концепция DDT); максимальный уровень сервиса	Увеличение объема продаж; разработка программ лояльности; средний уровень сервиса	Минимум затрат на обслуживание клиентов; отсутствие льгот и скидок

Рассмотрим пример проведения ABC-анализа.

### Пример 2.1

Проведем ABC-анализ номенклатуры товарного склада по критерию «Выручка от реализации», известны данные об объемах отгрузки в течение года и стоимости каждой позиции (табл. 2.3).

Таблица 2.3

## Данные о реализации запасов товарного склада

Код товара	Цена единицы товара, тыс. р./т	Объем отгрузки товаров со склада, т / мес.											
		Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
A1	1374,6	16,7	15,7	11,7	15,5	11,8	12,6	14,1	23,0	12,8	12,3	21,3	13,4
A2	63,6	3,9	4,0	3,9	3,5	4,0	3,7	3,9	3,4	3,3	4,1	3,2	3,6
A3	25,1	0,1	0,1	0,2	0,0	0,0	0,1	0,1	0,3	0,1	0,1	0,2	0,1
A4	489,9	6,4	6,7	3,2	5,0	2,3	4,9	2,2	2,6	6,1	5,8	3,5	3,4
A5	23,8	6,5	5,8	4,6	6,7	6,5	3,3	2,9	3,9	2,6	5,7	4,9	6,5
A6	41,8	4,6	4,2	5,4	4,8	5,7	4,0	5,5	4,9	4,3	4,4	5,3	5,1
A7	37,8	7,1	4,8	5,9	8,2	7,1	5,5	6,3	4,7	4,6	5,2	5,7	6,6
A8	308,0	22,7	22,6	22,3	20,4	20,5	20,3	20,3	20,6	20,6	20,2	20,1	20,6
A9	510,6	1,2	3,4	5,2	6,1	4,5	5,0	3,2	1,3	4,5	1,7	7,0	4,2
A10	106,6	6,0	6,4	3,1	5,4	1,9	4,2	2,9	3,9	5,4	3,7	6,3	6,8
A11	47,8	4,2	5,1	4,7	3,4	5,5	1,6	7,0	4,8	4,0	2,6	4,7	2,2
A12	53,3	3,7	3,4	6,5	6,6	3,5	6,6	3,5	4,5	3,8	6,8	4,1	3,6
A13	15,2	3,0	4,8	3,6	4,1	4,1	2,8	5,1	4,5	1,6	6,3	3,5	6,9
A14	43,5	3,2	4,0	2,9	2,8	2,3	2,7	2,9	1,5	3,1	2,4	4,4	3,2
A15	36,7	3,8	3,4	4,0	1,5	2,2	4,1	3,3	5,0	3,3	2,6	4,3	1,7
A16	41,9	3,8	3,6	0,7	3,8	3,2	3,4	3,0	4,0	3,7	4,9	2,3	2,7



Продолжение табл. 2.3

Код товара	Цена единицы товара, тыс. р./т	Объем отгрузки товаров со склада, т / мес.											
		Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
А35	58,2	16,0	13,9	17,6	17,4	14,0	14,8	15,9	14,4	15,8	14,0	14,8	13,6
А36	86,2	12,2	11,5	13,9	15,1	15,2	29,7	11,3	13,5	19,0	15,0	26,3	21,6
А37	1521,3	11,5	10,2	9,2	15,1	12,6	11,6	11,2	12,0	9,3	13,5	8,0	9,9
А38	116,4	3,1	4,5	5,2	6,0	2,5	1,6	4,0	6,1	3,1	4,8	4,5	6,3
А39	450,6	1,9	2,5	5,7	2,6	6,3	6,8	5,0	4,1	5,6	3,6	2,6	5,8
А40	505,4	13,6	6,4	2,7	10,7	6,5	3,6	3,2	6,0	6,0	4,9	4,7	6,9

По приведенному выше алгоритму проведем дифференциацию товарного ассортимента, в том числе рассчитаем выручку от реализации продукции, проведем ранжирование списка в порядке убывания выручки, рассчитаем долю выручки каждого наименования и долю с накопленным итогом. Группировку объектов проведем классическим эмпирическим способом [24]: объекты с накопленной долей до 80 % отнесем к группе А, от 80 до 95 % к группе В, 95–100 % – к группе С. Результаты расчетов приведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4

**ABC-классификация товарных запасов**

Неупорядоченный список				Упорядоченный список				Группа
Код товара	Цена ед. товара, тыс. р./т	Годовой объем отгрузки, т	Выручка от реализации, тыс. р.	Код товара	Выручка от реализации, тыс. р.	Доля товара в сумм. стоимости, %	Накопл. доля, %	
A1	1374,59	180,87	248618,32	A1	248618,32	24,55 %	24,55 %	А
A2	63,61	44,54	2833,57	A37	204126,98	20,16 %	44,71 %	
A3	25,10	1,52	38,19	A30	119754,14	11,83 %	56,53 %	
A4	489,85	52,10	25523,44	A8	77379,92	7,64 %	64,18 %	
A5	23,81	59,98	1427,85	A33	39077,46	3,86 %	68,03 %	
A6	41,83	58,13	2431,59	A40	37963,83	3,75 %	71,78 %	
A7	37,78	71,80	2712,37	A21	30623,44	3,02 %	74,81 %	
A8	308,00	251,23	77379,92	A22	27819,47	2,75 %	77,55 %	
A9	510,62	47,41	24207,55	A29	25781,77	2,55 %	80,10 %	
A10	106,63	56,08	5979,59	A4	25523,44	2,52 %	82,62 %	В
A11	47,78	49,88	2383,46	A9	24207,55	2,39 %	85,01 %	
A12	53,29	56,84	3029,22	A39	23631,60	2,33 %	87,35 %	
A13	15,18	50,29	763,59	A24	17716,77	1,75 %	89,09 %	
A14	43,53	35,54	1546,85	A36	17612,70	1,74 %	90,83 %	
A15	36,69	39,23	1439,32	A31	12308,54	1,22 %	92,05 %	
A16	41,90	38,94	1631,68	A35	10601,82	1,05 %	93,10 %	
A17	14,46	41,58	601,11	A25	10164,97	1,00 %	94,10 %	
A18	40,33	33,61	1355,24	A23	9413,47	0,93 %	95,03 %	
A19	61,02	37,02	2258,72	A38	6019,87	0,59 %	95,62 %	С
A20	95,16	45,66	4345,00	A10	5979,59	0,59 %	96,21 %	
A21	757,68	40,42	30623,44	A20	4345,00	0,43 %	96,64 %	
A22	679,35	40,95	27819,47	A27	3903,10	0,39 %	97,03 %	
A23	294,59	31,95	9413,47	A12	3029,22	0,30 %	97,33 %	
A24	400,28	44,26	17716,77	A2	2833,57	0,28 %	97,61 %	

Неупорядоченный список				Упорядоченный список				Группа
Код товара	Цена ед. товара, тыс. р./ т	Годовой объем отгрузок, т	Выручка от реализации, тыс. р.	Код товара	Выручка от реализации, тыс. р.	Доля товара в сумм. стоимости, %	Накопл. доля, %	
A25	195,20	52,07	10164,97	A7	2712,37	0,27 %	97,88 %	
A26	38,73	46,19	1789,22	A6	2431,59	0,24 %	98,12 %	
A27	70,29	55,53	3903,10	A11	2383,46	0,24 %	98,35 %	
A28	35,83	31,88	1142,50	A19	2258,72	0,22 %	98,57 %	
A29	389,58	66,18	25781,77	A26	1789,22	0,18 %	98,75 %	
A30	1837,16	65,18	119754,14	A16	1631,68	0,16 %	98,91 %	
A31	71,61	171,89	12308,54	A34	1609,37	0,16 %	99,07 %	
A32	36,05	30,25	1090,38	A14	1546,85	0,15 %	99,22 %	
A33	594,51	65,73	39077,46	A15	1439,32	0,14 %	99,37 %	
A34	53,19	30,26	1609,37	A5	1427,85	0,14 %	99,51 %	
A35	58,21	182,13	10601,82	A18	1355,24	0,13 %	99,64 %	
A36	86,24	204,22	17612,70	A28	1142,50	0,11 %	99,75 %	
A37	1521,27	134,18	204126,98	A32	1090,38	0,11 %	99,86 %	
A38	116,40	51,72	6019,87	A13	763,59	0,08 %	99,94 %	
A39	450,62	52,44	23631,60	A17	601,11	0,06 %	99,96 %	
A40	505,41	75,11	37963,83	A3	38,19	0,004 %	100,00 %	
Итого	11623,38	2724,81	1012657,98		1012657,98	100 %		

По результатам анализа установлено, что в группе А находится 20 % всей номенклатуры товаров. В группе В – 22,5 % наименований товаров. В группе С наблюдается 57,5 % номенклатурных позиций. Установленные границы групп в основном близки к подходам группировки, представленным в табл. 2.2.

Другой популярный и наглядный способ дифференциации объектов ABC-анализа на группы – графический метод, заключается в разделении объектов анализа на группы при помощи касательных к кривой ABC-анализа. Данный подход дает однозначное деление объектов на группы, его следует использовать в уточнение к эмпирическому методу в случаях, когда полученные границы групп не соответствуют нормативным значениям.

На рис. 2.1 изображена кривая ABC-анализа (другие названия – кривая Лоренца, кривая Парето). Данный график строят по данным о доле каждого объекта с накопленным итогом, он отражает зависимость совокупного эффекта от количества элементов.

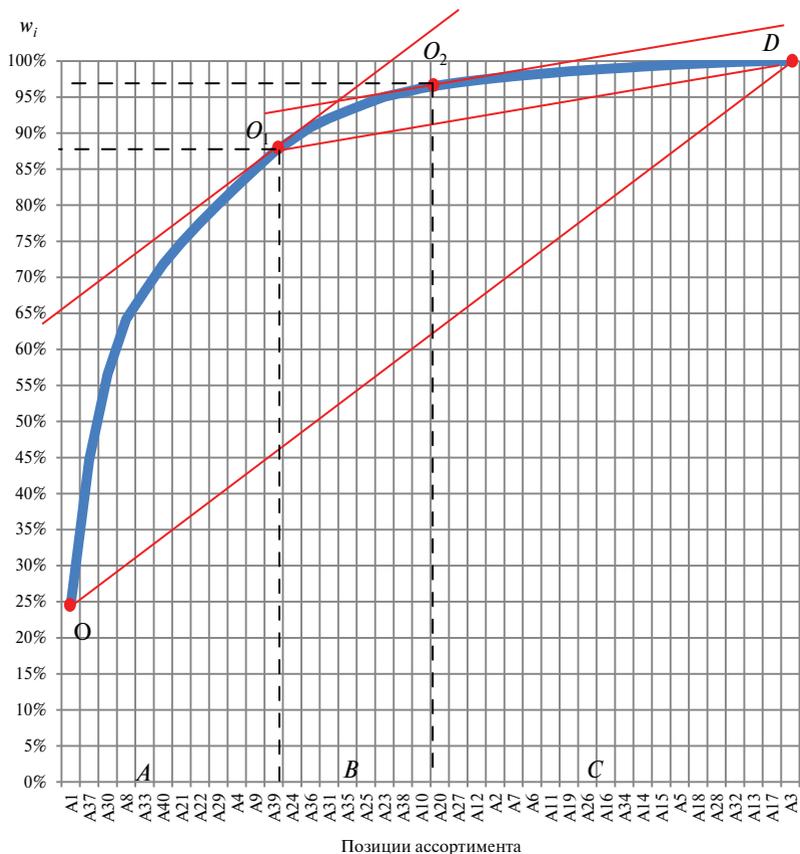


Рис. 2.1. Метод касательных ABC-анализа

На основе построенной кривой ABC-анализа проводят дифференциацию групп методом касательных, для этого выполняют следующие действия:

- 1) на графике (см. рис. 2.1) соединяют точки  $O - D$ ;
- 2) строят касательную к кривой, параллельную отрезку  $OD$ ;
- 3) в точке касания получают точку  $O_1$ , которая отделяет группу A;
- 4) соединяют точки  $O_1 - D$ ;
- 5) строят касательную к кривой, параллельную отрезку  $O_1D$ ;
- 6) в точке касания получают точку  $O_2$ , которая отделяет группу В и группу С.

При необходимости можно продолжить деление касательными и получить большее количество групп.

В результате дифференциации ассортимента методом касательных получены иные границы групп. Группа А составила 87 % от общей стоимости, в нее вошли 12 позиций ассортимента (30 %), в группу В вошли 8 позиций (20 %) ассортимента с общей удельной стоимостью около 4 %, в группу С – остальные 20 позиций (50 %) с общей стоимостью – 9 %. Выбор того или иного подхода к дифференциации объектов АВС зависит от целей анализа и ожидаемых результатов.

На основе проведенного анализа можно сформулировать следующие выводы. Для товаров группы А необходимо наладить непрерывный контроль состояния запаса, обеспечить постоянное наличие запаса, чтобы не упустить доход в случае дефицита товара, для этого необходимо создавать высокий страховой запас. В связи с высокими продажами товаров этой категории, запас следует размещать как можно ближе к экспедиции отправки, чтобы сократить время внутрискладской транспортировки. Товары группы В располагают в центре склада, инвентаризации проводят менее тщательные, уровень страхового запаса оптимизируют с учетом стоимости запаса и потерь от дефицита. Группа С, как группа наименьшего приоритета, довольствуется периодическим контролем, который реализуется в модели управления с фиксированным интервалом времени между заказами. Товары этой группы располагаются в «холодной зоне» склада, удаленной от экспедиции приемки. При возможности следует исключить страховой запас группы С и пополнять запас только под заказ клиента.

## 2.2. Метод XYZ-анализа

XYZ-анализ позволяет произвести классификацию ресурсов компании в зависимости от характера их потребления и точности прогнозирования изменений в их потребности в течение определенного временного цикла.

Категория X – ресурсы характеризуются стабильной величиной потребления, незначительными колебаниями в их расходе и высокой точностью прогноза. Категория Y – ресурсы характеризуются известными тенденциями определения потребности в них (например, сезонными колебаниями) и средними возможностями их прогнозирования. Категория Z – потребление ресурсов нерегулярно, какие-либо тенденции отсутствуют, точность прогнозирования невысокая.

Алгоритм проведения XYZ-анализа предполагает расчет следующих статистических показателей:

средний темп отгрузки товаров:

$$\bar{q} = \frac{\sum q_i}{N}, \quad (2.3)$$

где  $\sum q_i$  – общий объем реализации товаров за определенный период времени, тонн;  $N$  – количество интервалов времени, взятых за единицу;

2) среднеквадратическое отклонение значений отгрузки от среднего:

$$\sigma_q = \sqrt{\frac{\sum (q_i - \bar{q})^2}{N - 1}}; \quad (2.4)$$

3) коэффициент вариации значений отгрузок:

$$V = \frac{\sigma_q}{\bar{q}_i} \cdot 100\%. \quad (2.5)$$

Дифференциацию объектов на группы X, Y и Z производят в зависимости от полученного коэффициента вариации. В литературе описаны разные подходы к определению границ интервалов групп (табл. 2.5).

Таблица 2.5

#### Подходы к дифференциации групп X, Y, Z

Источник	Интервальные границы коэффициента вариации для группы, %		
	X	Y	Z
Гаджинский А.М. [8]	менее 10	от 10 до 25	более 25
Сергеев В.И. [14]	менее 25	от 25 до 50	более 50
Григорьев М.Н., Долгов А.П., Уваров С.А [12]	менее 25	от 25 до 80	более 80
Стерлигова А.Н. [44]	менее 15 – 20 менее $V_{cp}^1$	от 15 – 20 до 40 – 45 $V_{cp}$	более 40 – 45 более $V_{cp}$

<sup>1</sup> Среднее значение коэффициента вариации.

Рассмотрим пример проведения XYZ-анализа.

### Пример 2.2

По данным табл. 2.3 о реализации запасов товарного склада за 12 месяцев проведем расчет коэффициентов вариации. Дифференциацию групп произведем по Сергееву А. М. [14]. Результаты расчета приведены в табл. 2.6.

Таблица 2.6

#### XYZ -классификация товарных запасов

Код товара	Средняя отгрузка, т	Среднеквадратическое отклонение значений отгрузок, т	Коэффициент вариации, %	Группа
	$\bar{q}$	$\sigma_q$	$V$	
A1	15,08	3,69	24,47	X
A2	3,71	0,30	8,17	X
A3	0,12	0,08	71,56	Y
A4	4,34	1,66	38,32	Y
A5	4,99	1,51	30,33	Y
A6	4,85	0,56	11,51	X
A7	5,98	1,12	18,73	X
A8	20,93	0,98	4,69	X
A9	3,94	1,85	47,01	Y
A10	4,67	1,60	34,22	Y
A11	4,15	1,51	36,45	Y
A12	4,72	1,44	30,56	Y
A13	4,19	1,48	35,23	Y
A14	2,95	0,75	25,59	Y
A15	3,27	1,08	32,98	Y
A16	3,26	1,04	32,07	Y
A17	3,48	0,73	21,01	X
A18	2,80	0,80	28,41	Y
A19	3,10	0,98	31,55	Y
A20	3,80	0,74	19,47	X
A21	3,37	0,83	24,80	X
A22	3,43	0,51	15,00	X
A23	2,67	0,77	28,80	Y
A24	3,68	1,43	38,95	Y
A25	4,33	1,61	37,11	Y

Код товара	Средняя отгрузка, т	Среднеквадратическое отклонение значений отгрузок, т	Коэффициент вариации, %	Группа
	$\bar{q}$	$\sigma_q$	$V$	
A26	3,85	1,70	44,09	Y
A27	4,63	1,74	37,69	Y
A28	2,66	0,22	8,09	X
A29	5,51	0,70	12,73	X
A30	5,43	2,06	37,87	Y
A31	14,33	0,11	0,75	X
A32	2,52	0,26	10,28	X
A33	5,48	0,81	14,82	X
A34	2,52	0,19	7,73	X
A35	15,18	1,35	8,92	X
A36	17,03	5,97	35,04	Y
A37	11,18	2,00	17,87	X
A38	4,31	1,50	34,83	Y
A39	4,38	1,70	38,91	Y
A40	6,27	3,13	49,91	Y

Расчеты коэффициента вариации также возможно автоматизировать с помощью MS Excel, соответствующие формулы для расчета параметров в MS Excel приведены в табл. 2.7.

Таблица 2.7

#### Функции Excel для автоматизации расчетов XYZ-анализа

Параметр	Аналитическая формула	Функция (формула) MS Excel
Среднее значения ряда	$\bar{q} = \frac{\sum q_i}{N}$	=СРЗНАЧ(число 1; число 2;...)
Среднеквадратическое отклонение	$\sigma_q = \sqrt{\frac{\sum (q_i - \bar{q})^2}{N - 1}}$	=СТАНДОТКЛОН(число 1; число 2;...)
Коэффициент вариации	$V = \frac{\sigma_q}{\bar{q}} \cdot 100 \%$	=СТАНДОТКЛОН(...)/СРЗНАЧ(...)*100

Применительно к XYZ-анализу также возможно использовать графический метод касательных. Он позволяет уточнить результа-

ты анализа, и особенно полезен в случаях, когда сложно (или невозможно) установить интервалы групп с использованием нормативных значений.

Порядок проведения XYZ-анализа с использованием метода касательных следующий (рис. 2.2):

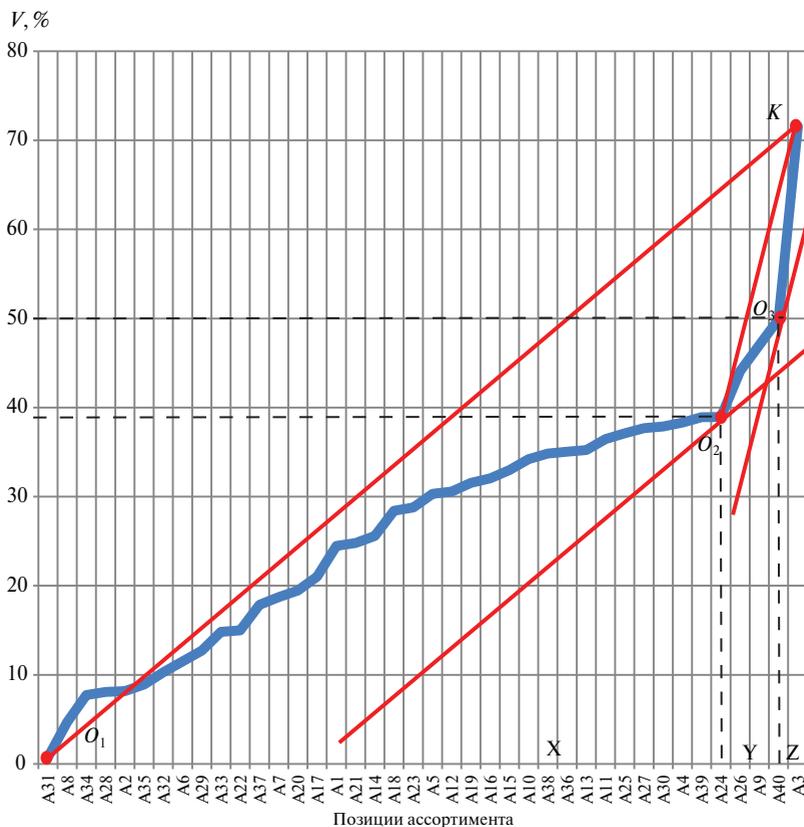


Рис. 2.2. Метод касательных XYZ-анализа

- 1) данные сортируют в порядке возрастания коэффициента вариации;
- 2) по данным коэффициента вариации строят кривую;
- 3) на графике соединяют точки  $O - K$ ;
- 4) строят касательную к кривой, параллельную отрезку  $OK$ ;

- 5) в точке касания получают точку  $O_1$ , которая отделяет группу X;
- 6) соединяют точки  $O_1 - K$ ;
- 7) строят касательную к кривой, параллельную отрезку  $O_1K$ ;
- 8) в точке касания получают точку  $O_2$ , которая отделяет группу Y и группу Z.

На основе графического метода анализа XYZ получены иные результаты выделения групп. Таким образом, разброс значений интервальных границ коэффициента вариации в соответствии с разными подходами достаточно высок. Сложность дифференциации объектов XYZ-анализа связана также с тем, что для коэффициента вариации не существует предельного значения. Поэтому выбор того или иного подхода к классификации должен опираться на специфику ассортимента и конкретные цели исследования.

### 2.3. Обобщенный ABC-XYZ анализ

Выполнение логистического анализа с использованием методов ABC и XYZ позволяет позиционировать объекты анализа (запасы, товары, клиентов и т. д.) и разрабатывать для каждой группы типовые стратегии управления. Матрица ABC-XYZ представлена на рис. 2.3.



Рис. 2.3. Матрица ABC-XYZ для товарного ассортимента

Для заполнения матрицы необходимо рассматривать каждую позицию ассортимента одновременно в рамках выполненного ABC-анализа и XYZ-анализа. Например, позиция А1 (см. примеры 2.1– 2.2) попала в группу А и группу Х, а позиция А2 попала в группу С и группу Х. Следовательно, они займут указанные в матрице ячейки АХ и СХ. Таким образом, каждая позиция займет соответствующую ячейку в матрице. В одни ячейки могут попасть несколько позиций запасов, а другие могут остаться пустыми. После составления матрицы необходимо проанализировать весь ассортимент и определить необходимые управленческие решения.

По итогам позиционирования формируются типовые группы, для каждой из которых разрабатывается стандартная техника эффективного логистического менеджмента. В табл. 2.8 приведен пример указанной классификации для товарно-материальных ресурсов, предложенный в [12].

Уровень логистического обслуживания в табл. 2.8 достаточно условный. Управленческое решение о его величине принимается исходя из стратегии фирмы.

*Таблица 2.8*

#### **Типовые группы товарно-материальных ресурсов**

Классификационная группа	Классификационные категории	Прогнозирование потребности	Уровень логистического обслуживания	Вид закупок
1	AZ AY AX BZ	На основе плана продаж	95 %	Повторяющаяся без изменений
2	BY BX BZ	На основе прошлых продаж	90 %	Повторяющаяся с изменениями
3	CX CY	На основе прошлых продаж	85 %	Новая

Первая классификационная группа включает виды продукции, наиболее значимые для компании. Для ресурсов этой группы необходимы тщательное планирование на основе плана продаж, расчет оптимальной величины запасов, постоянный контроль, так как незначительные ошибки могут привести к большим потерям.

Вторая классификационная группа включает менее важные виды продукции, допускающие применение упрощенных методов планирования, учета и контроля.

Третья классификационная группа включает наименее важные для компании ресурсы. Для этой группы применима та же техника управления, как и для второй группы. Важность выделения третьей группы состоит в том, что возможен отказ от реализации этих видов продукции без значительного уменьшения прибыли от реализации продукции (если эти виды продукции не являются обязательными для комплексных поставок).

Классификация по категориям ABC отражает в большей степени коммерческий аспект, управление запасами с точки зрения их влияния на экономические результаты деятельности соответствующих бизнес-структур.

Классификация номенклатуры материальных ресурсов по категориям XYZ выражает, соответственно, уже логистический аспект управления запасами, характер влияния неопределенности величины спроса и его влияние на уровень обслуживания потребителей.

По результатам анализа запасов методом ABC-XYZ разрабатывается политика управления запасами, которая представляет собой самостоятельный алгоритм действий для каждой группы в соответствии с располагаемыми возможностями фирмы.

Ниже приведен пример подобной политики управления запасами, разработанный по материалам источников [12, 14, 36].

*Группа AX* – позиции, приносящие компании наибольшую прибыль и имеющие стабильный спрос. По этим позициям нужно наиболее точно строить прогноз продаж, и тогда станет возможным оптимизировать запас в сторону его сокращения.

*Группа AY* – позиции, приносящие компании наибольшую прибыль и имеющие определенные колебания спроса. По этим позициям нужно по возможности увеличивать страховой запас, так как позиции имеют существенные колебания спроса, а значит, прогноз продаж по ним может отличаться от фактических значений.

*Группа AZ* – позиции, приносящие компании наибольшую прибыль, но спрос на которые предсказать затруднительно. По этим позициям при наличии финансовых резервов страховой запас следует увеличивать.

*Группа BX* – позиции, приносящие компании высокую прибыль и имеющие стабильный спрос. По этим позициям можно применять концепцию минимизации страхового запаса в силу стабильности их спроса.

*Группа BY* – позиции, приносящие компании высокую прибыль и имеющие определенные колебания спроса. По этим позициям нуж-

но по возможности увеличивать страховой запас, так как спрос на них нестабилен и подвержен колебаниям, а объем продаж имеет существенное значение для компании.

*Группа ВZ* – позиции, приносящие компании высокую прибыль, но спрос на которые предсказать затруднительно. По этой группе страховой запас рекомендуется определять в зависимости от состояния финансовых ресурсов компании, поскольку спрос предсказать сложно, а объем продаж имеет существенное значение.

*Группа СХ* – позиции, приносящие компании незначительную прибыль, но имеющие стабильный спрос. По данной группе рекомендуется минимизация страхового запаса в силу стабильности спроса и низкой доли в обороте.

*Группа СУ* – позиции, приносящие компании незначительную прибыль и имеющие определенные колебания спроса. По этой группе страховой запас нужно оптимизировать, но при наличии дефицита финансовых ресурсов страховой запас по этой группе подлежит сокращению в первую очередь.

*Группа CZ* – позиции, приносящие компании незначительную прибыль и спрос на которые предсказать затруднительно. В отношении данной группы следует отказаться от страховых запасов, создавать запас только под заказ конкретного клиента.

## Глава 3. Методы оптимизации в логистике

Оптимизация – процесс приведения системы в наилучшее (неулучшаемое) состояние. Задача оптимизации сформулирована, если заданы: критерий оптимальности; варьирующие параметры, изменение которых позволяет влиять на эффективность процесса; математическая модель процесса; ограничения задачи.

Основным критерием оптимизации в логистических системах являются совокупные логистические затраты. Процедуры оптимизации в логистике базируются на теории компромиссов, которая позволяет находить решения, повышающие общий экономический эффект, несмотря на частный ущерб отдельных звеньев общего логистического процесса.

Наиболее распространенными задачами оптимизации в логистике являются:

- задача нахождения оптимального размера заказа;
- оптимизационные задачи транспортного типа (закрепление поставщиков за потребителями; задача о назначениях);
- комбинаторные оптимизационные задачи (задача коммивояжера, задача о ранце).

### 3.1. Классическая модель оптимального размера заказа

Определение размера закупаемой партии товара – одна из основных задач логистики. На выбор размера партии поставки влияют следующие факторы: величина затрат на хранения материалов, издержки оформления заказов на закупки, оптовые и транспортные скидки. Закупки малыми партиями позволяют сократить издержки хранения товаров на складе, вместе с тем в данном случае увеличивается частота поставок и соответственно возрастают затраты на оформление заказов и экспедирование поставок. Закупки крупными партиями зачастую позволяют получить оптовые скидки. Оптимальным размером заказа является величина партии материалов, которая позволит сократить до минимума общую сумму совокупных расходов на поставку и хранение материалов.

Методика оптимизации размера заказа заключается в сравнении преимуществ и недостатков приобретения материалов большими и малыми партиями и в выборе размера заказа, соответствующего минимальной величине общих расходов на пополнение запасов.

Классическая зависимость затрат на запасы от размера заказа представлена на рис. 3.1.

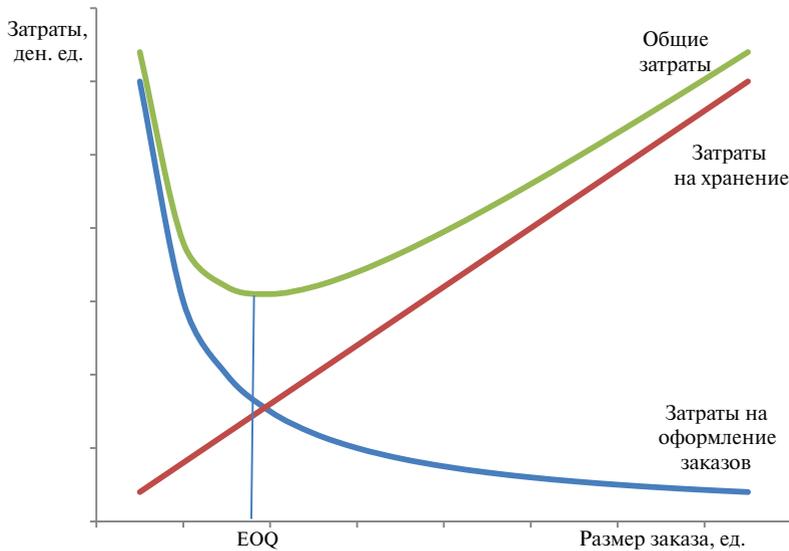


Рис. 3.1. Зависимость затрат от размера партии поставки

На графике видно, что затраты на хранение запаса возрастают при увеличении партии поставки, а затраты на оформление заказов сокращаются. Оптимальной партией поставки будет та, при которой совокупные затраты принимают минимальное значение.

Классическая модель нахождения оптимального размера заказа, широко цитируемая в специальной литературе по логистике, носит название формула Уилсона (другие названия — формула EOQ, модель Харриса-Уилсона).

Согласно формуле Уилсона оптимальный размер заказа рассчитывается:

$$EOQ = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot A}{I}}, \quad (3.1)$$

где  $Q$  – прогнозная потребность в товаре на определенный период (год), ед.;

$I$  – стоимость хранения единицы товара в год, ден. ед.;

$A$  – стоимость оформления заказа, ден. ед.

Стоимость хранения единицы товара ( $I$ ) рассчитывают исходя из складских затрат, стоимости запаса, а также издержек обесценивания товара в процессе хранения. В литературе встречаются следующие выражения для расчета удельных затрат на хранение:

$$I = i + kP, \quad (3.2)$$

$$I = yP, \quad (3.3)$$

где  $i$  – складские издержки хранения единицы запаса, ден. ед.;

$k$  – издержки обесценивания товара в процессе хранения, %;

$P$  – цена единицы запаса, ден. ед.;

$y$  – издержки хранения единицы запаса, % от стоимости запаса.

Годовые затраты на хранение запаса будут иметь прямо пропорциональную зависимость от размера заказа: чем большими партиями пополняется запас, тем дороже стоит содержание запаса. Если воспользоваться общепринятым подходом к расчету среднего уровня запаса, то средний уровень запаса при восполнении его партиями по  $EOQ$  единиц равен половине этой величины, т.е.  $EOQ/2$ . Следовательно, функция затрат на хранение может иметь вид:

$$C_{\text{хр}}^{\text{год}} = I \frac{EOQ}{2}. \quad (3.4)$$

Стоимость оформления заказа ( $A$ ) – затраты, связанные с подготовкой заказа и его размещением. По отношению к одному заказу эти затраты постоянны. Их совокупная величина за установленный период определяется из числа совершенных заказов. Таким образом, мелкие партии поставки ведут к росту числа заказов и увеличению затрат на их оформление.

Если общая потребность в единичный период времени составляет  $Q$  единиц, а восполнение этой потребности ведется партиями по  $EOQ$  единиц, то отношение  $Q / EOQ$  определяет количество заказов в единичный период. Тогда общая стоимость размещения заказа составляет:

$$C_{\text{оз}}^{\text{год}} = A \frac{Q}{EOQ}. \quad (3.5)$$

Рассмотрим пример применения классической модели Уилсона.

### Пример 3.1

Торговая фирма для осуществления своей деятельности осуществляет закупки товаров бытовой химии. Годовая потребность в товаре составляет 500 тонн. Закупочная цена одной тонны товара – 1000 долларов. Известны следующие данные о расходах на управление запасами: издержки хранения одной тонны товара на складе – 120 долларов, издержки обесценивания товаров в процессе хранения – 3 % от цены, стоимость оформления одного заказа и экспедирования поставки – 60 долларов.

Для расчета используем формулы (3.1) – (3.2). Оптимальный размер заказа составит:

$$EOQ = \sqrt{\frac{2 \cdot 500 \cdot 60}{120 + 0,03 \cdot 1000}} = 20 \text{ тонн.}$$

Рассчитаем оптимальные годовые издержки управления запасами по формулам (3.4)–(3.5).

$$C_{\text{зап}}^{\text{год}} = C_{\text{хр}}^{\text{год}} + C_{\text{оз}}^{\text{год}} = 150 \frac{20}{2} + 60 \frac{500}{20} = 3000 \text{ дол.}$$

Таким образом, затраты на управление запасами принимают минимальное оптимальное значение. Увеличение и уменьшение партии заказа приведет к росту затрат на хранение, ее снижение – к росту затрат на оформление заказами и, соответственно, увеличению совокупных издержек.

Несмотря на кажущуюся привлекательность формулы Уилсона для решения задачи оптимизации размера заказа, использование ее даже теоретически ограничено. Вывод формулы основывается на целом ряде допущений, абсолютное большинство которых не может быть применено к практике бизнеса. К таким допущениям можно отнести следующие:

- модель применяется для одного вида товара;
- уровень спроса постоянен в течение планового периода времени;
- средний уровень запаса составляет половину размера заказа;
- интервал времени между поставками постоянен;

- время доставки постоянно;
- стоимость хранения запасов определяется исходя из среднего размера запаса;
- затраты на размещение заказа постоянны;
- цены на закупку постоянны;
- каждый заказ приходит отдельной поставкой;
- поставка приходится на склад одновременно, т. е. в рамках одного учетного периода;
- вследствие постоянного темпа потребления и отгрузки приемка осуществляется в момент времени, когда уровень запаса равен нулю;
- транспортный (транзитный), подготовительный, сезонный и страховой (гарантийный) запасы отсутствуют;
- отсутствуют ограничения по производственным мощностям склада;
- длительность производственного цикла известна и постоянна;
- отсутствуют потери от дефицита.

Для преодоления этих ограничений постоянно предпринимаются попытки доработки формулы Уилсона. Далее будут рассмотрены некоторые описанные в специальной литературе [4, 30, 44] модификации модели оптимального размера заказа.

### **3.2. Модификации модели оптимального размера заказа**

Формула расчета  $EOQ$  имеет множество модификаций, соответствующих разнообразным ситуациям работы с запасом в условиях современного бизнеса. Далее рассмотрим некоторые из них.

#### **Модель с постепенным пополнением**

Модель с постепенным пополнением запаса используется в случаях, когда не может быть принято допущение об одновременном оприходовании на склад поступившей партии поставки. Это относится к ситуациям с большими объемами поставок (например, при поставках по железной дороге) или при длительных процедурах приемки (например, при приемке по качеству).

В этой ситуации необходимо учесть соотношение темпов прихода и отгрузки в рамках единичного учетного или планового периода.

Как правило, темп поставки превышает темп потребления. В противном случае запас не накапливается и предприятие работа-

ет на принципах поставки «точно в срок» или в состоянии дефицита. При постепенном пополнении размер  $EOQ$  должен быть увеличен по сравнению с расчетом по формуле (3.1), чтобы приходящая в течение некоторого периода времени поставка могла поддерживать непрерывное потребление. Для работы в условиях постепенного пополнения предложено использовать следующую формулу:

$$EOQ_{\text{min}} = \sqrt{\frac{2QA}{I}} \cdot \sqrt{\frac{d}{d - q_{\text{дн}}}} = \sqrt{\frac{2QA}{I \left(1 - \frac{q_{\text{дн}}}{d}\right)}}, \quad (3.6)$$

где  $Q$  – прогнозная потребность в товаре на определенный период (год), ед.;

$I$  – стоимость хранения единицы товара в год, ден. ед.;

$A$  – стоимость оформления заказа, ден. ед.;

$q_{\text{дн}}$  – среднесуточная потребность в запасах, ед./день;

$d$  – среднесуточный объем поступления ТМЦ на склад, ед./день.

### Модель с учетом потерь от дефицита

При наличии дефицита работа с запасами может вестись по двум схемам. В первом случае наступление дефицита рассматривается как невозможность удовлетворить заявки на отгрузки, клиентам отказывают, последующее восполнение запаса ведется в прежних размерах.

Второй вариант – учет возникшего дефицита в модели, при этом спрос клиента откладывается до момента времени получения следующей поставки, в размере которой должен быть учтен размер проявившегося за время поставки дефицита. В такой ситуации последующая за дефицитом поставка должна иметь увеличенный по сравнению с предыдущей поставкой размер, чтобы покрыть не только текущий спрос, но и ранее заявленный, но неудовлетворенный. Такую схему работы также называют ситуацией с отложенным спросом.

При принятии решения, по какой схеме следует работать (с учетом или без учета дефицита), важно соизмерить затраты, которые организация несет в той или другой ситуации. Если издержки дефицита велики и превышают затраты на хранение запаса увеличенной партии поставки при работе с отложенным спросом, организация может идти на создание повышенного уровня запасов, так как это будет экономически оправданным. Если же издержки дефицита меньше, чем затраты на хранение запасов увеличенной партии поставки при работе с отложенным спросом, организация не может

создавать дополнительные запасы и будет экономически заинтересована в отказах по заявкам клиентов. Таким образом, для определения оптимального размера заказа в ситуациях, допускающих дефицит в обслуживании клиентов необходимо сравнить затраты на хранение запаса и издержки дефицита. Именно их соотношение позволит экономично определить, в какой степени можно увеличить закупку для обслуживания отложенного спроса.

Формула для расчета  $EOQ$  при работе с учетом дефицита имеет следующий вид:

$$EOQ_{\text{дэф}} = \sqrt{\frac{2QA}{I} \cdot \frac{H+I}{H}}, \quad (3.7)$$

где  $H$  – потери из-за дефицита единицы запаса в единицу времени, ден. ед.

### Модель с учетом вместимости транспортных средств

При определении размера заказа по классической формуле  $EOQ$  оптимизируются лишь затраты, связанные с запасами без учета транспортной составляющей. Это оправдано лишь для ситуации, когда используется фиксированная тарифная ставка за тонну перевезенного груза, независимая от величины партии и количества заказов. Вместе с тем, как показывает практика, параметры транспортировки имеют определяющее значение при планировании поставок, особенно при значительной удаленности поставщика.

В некоторых источниках транспортную составляющую включают в состав затрат, связанных с оформлением заказа, например в [10]. Это справедливо в случае, когда величина транспортных затрат постоянна по отношению к партии поставки (как правило, при мелких поставках на короткие расстояния). Однако в большинстве случаев транспортные затраты – условно-постоянная величина, неизменная для партии груза только в установленных пределах. Для контейнерных, повагонных и помашинных отправок эти пределы определяются вместимостью (или грузоподъемностью) подвижного состава.

Рассмотрим алгоритм расчета оптимального размера заказа с учетом вместимости транспортных средств.

Введем обозначения:

$I$  – стоимость хранения единицы товара в год, ден. ед.;

$A$  – стоимость оформления заказа, ден. ед.;

$T$  – тариф перевозки груза единицей транспортного средства, ден. ед.;

$Q$  – прогнозная потребность в товаре на определенный период, ед.;

$N$  – число поставок за период;

$R$  – число единиц подвижного состава в поставке;

$G$  – грузоподъемность (вместимость) подвижного состава.

С учетом транспортных затрат общие издержки составят:

$$\begin{aligned} C_{\text{общ}} &= A \frac{Q}{EOQ} + I \frac{EOQ}{2} + TR \frac{Q}{EOQ} = \\ &= (A + TR) \frac{Q}{EOQ} + I \frac{EOQ}{2} \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Для нахождения точки, в которой функция принимает минимальное значение, необходимо найти ее первую производную, приравнять полученный результат к нулю и решить уравнение относительно неизвестного параметра  $R_3$ .

После ряда алгебраических преобразований получаем формулу для расчета размера заказа с учетом транспортных затрат:

$$EOQ_{\text{тс}} = \sqrt{\frac{2Q \cdot (A + RT)}{I}}. \quad (3.9)$$

В полученной формуле параметр  $R$  – неизвестная величина, определяемая искомым размером заказа и грузоподъемностью (вместимостью) транспортного средства. Поэтому для вычисления размера заказа необходимо применить итерационный алгоритм.

Алгоритм вычисления оптимального размера заказа с учетом вместимости транспортных средств приведен на рис. 3.2.

Для иллюстрации работы алгоритма рассмотрим пример.

### Пример 3.2

Годовая потребность предприятия в запасах составляет 400 тонн. Затраты хранения 1 тонны товара на складе составляют 10 тыс. р., стоимость оформления заказа – 1 тыс. р. Товар доставляется в 20-футовых контейнерах грузоподъемностью 21,8 тонн, стоимость доставки одного контейнера – 25 тыс. р.

Рассчитаем оптимальный размер заказа и необходимое число контейнеров за поставку.

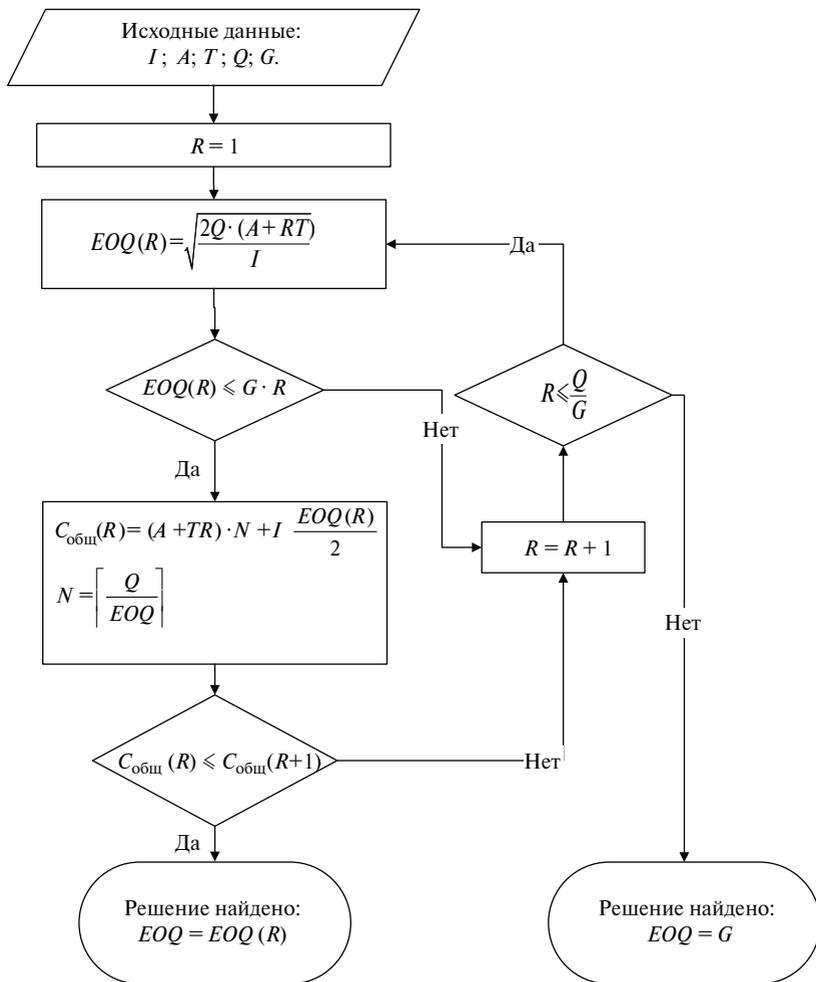


Рис. 3.2. Алгоритм итеративного расчета оптимального размера заказа с учетом транспортных затрат и вместимости подвижного состава

Исходные данные для решения задачи следующие:

$I = 10$  тыс. р. / тонна

$A = 1$  тыс. р. / заказа

$T = 25$  тыс. р. / контейнер

$Q = 400$  тонн

$G = 21,8$  тонн.

*Итерация 1*

Пусть поставка организована одиночным контейнером, т. е.  $R = 1$ , тогда

$$EOQ(1) = \sqrt{\frac{2 \cdot 400 \cdot (1 + 1 \cdot 25)}{10}} = 45,6 \text{ тонн.}$$

Делаем проверку:

$$EOQ(1) \leq RG \\ 45,6 \leq 21,8,$$

условие не выполняется, переходим к следующей итерации.

*Итерация 2*

$R = 2$ , тогда

$$EOQ(2) = \sqrt{\frac{2 \cdot 400 \cdot (1 + 2 \cdot 25)}{10}} = 63,9 \text{ тонн.}$$

Делаем проверку:

$$63,9 \leq 43,6,$$

условие не выполняется, переходим к следующей итерации.

*Итерация 3*

$R = 3$ , тогда

$$EOQ(3) = \sqrt{\frac{2 \cdot 400 \cdot (1 + 3 \cdot 25)}{10}} = 78,0 \text{ тонн.}$$

Делаем проверку:

$$78,0 \leq 65,4,$$

условие не выполняется, переходим к следующей итерации.

*Итерация 4*

$R = 4$ , тогда

$$EOQ(4) = \sqrt{\frac{2 \cdot 400 \cdot (1 + 4 \cdot 25)}{10}} = 89,9 \text{ тонн.}$$

Делаем проверку:

$$89,9 \leq 87,2,$$

условие не выполняется, переходим к следующей итерации.

*Итерация 5*

$R=5$ , тогда

$$EOQ(5) = \sqrt{\frac{2 \cdot 400 \cdot (1 + 5 \cdot 25)}{10}} = 100,4 \text{ тонн.}$$

Делаем проверку:

$$100,4 \leq 109,0,$$

условие выполняется, переходим к расчету общих затрат:

$$C_{\text{общ}}(5) = (1 + 5 \cdot 25) \cdot 4 + 10 \frac{100,4}{2} = 1006,0 \text{ тыс. р.,}$$

$$N = \frac{400}{100,4} = 4 \text{ поставки (округляем вверх до целого).}$$

Проверим, не подлежит ли решение дальнейшему улучшению:

$$EOQ(6) = \sqrt{\frac{2 \cdot 400 \cdot (1 + 6 \cdot 25)}{10}} = 109,9;$$

$$C_{\text{общ}}(6) = (1 + 6 \cdot 25) \cdot 4 + 10 \frac{100,4}{2} = 1153,5,$$

$C_{\text{общ}}(5) < C_{\text{общ}}(6)$ , следовательно, решение найдено.

Оптимальным размером заказа является партия 100,4 тонны, поставка осуществляется 4 раза в год при использовании 5 контейнеров за поставку.

### **Модель с учетом оптовых скидок**

Классическая формула Уилсона не учитывает оптовые скидки поставщика при закупке больших партий товара, а также возможные скидки перевозчика, в случае укрупнения партий поставки. При учете оптовых скидок цена закупки не может игнорироваться, поэтому

в формулу расчета общих издержек требуется включить компонент затрат на закупку. При учете скидок перевозчика в анализ включаются также транспортные затраты. Таким образом, совокупные затраты снабжения составят:

$$C_{\text{зап}}^{\text{год}} = C_{\text{хр}}^{\text{год}} + C_{\text{оз}}^{\text{год}} + C_{\text{зак}}^{\text{год}} + C_{\text{тр}}^{\text{год}}, \quad (3.10)$$

где  $C_{\text{зак}}^{\text{год}}$  — годовые затраты на закупку запаса;

$$C_{\text{зак}}^{\text{год}} = PQ, \quad (3.11)$$

$C_{\text{тр}}^{\text{год}}$  — годовые затраты на транспортировку;

$$C_{\text{тр}}^{\text{год}} = C_v^{\text{год}} + C_t^{\text{год}}, \quad (3.12)$$

где  $C_v^{\text{год}}$  — затраты на перевозку совокупного объема потребных материальных ресурсов;

$$C_v^{\text{год}} = Qv, \quad (3.13)$$

где  $v$  — транспортный тариф, ден. ед. /т;

$C_t^{\text{год}}$  — издержки обесценивания товара в процессе транспортировки, ден. ед.

Этот вид затрат зависит от времени доставки и рассчитывается по формуле

$$C_t^{\text{год}} = \frac{t_{\text{путь}}}{t_{\text{сз}}} c_t \cdot Q, \quad (3.14)$$

где  $t_{\text{путь}}$  — время перевозки одной партии груза, сут.;

$t_{\text{сз}}$  — время между двумя смежными заказами, сут.;

$c_t$  — стоимость хранения одной тонны товара в пути, ден. ед./т.

Время между двумя смежными заказами рассчитывается по формуле

$$t_{\text{сз}} = \frac{EOQ}{Q} \cdot 365. \quad (3.15)$$

Стоимость хранения одной тонны товара в пути рассчитывается по формуле

$$c_t = k' \cdot P, \quad (3.16)$$

где  $k'$  – коэффициент обесценивания товара в процессе транспортировки, %.

Для расчета оптимального размера заказа с учетом оптовых скидок необходимо провести расчет общих затрат в каждом диапазоне цен и выбрать минимальный вариант.

Рассмотрим пример.

### Пример 3.3

Торговая фирма для осуществления своей деятельности совершает закупки товаров бытовой химии. Годовая потребность в товаре составляет 500 тонн. Закупочная цена одной тонны товара – 1000 долларов. Известны следующие данные о расходах на управление запасами: издержки хранения одной тонны товара на складе – 120 долларов, издержки обесценивания товаров в процессе хранения – 3 % от цены, стоимость оформления одного заказа и экспедирования поставки – 60 долларов.

Транспортный тариф перевозки 1 тонны товара – 90 долларов. Время доставки груза – 10 дней. Коэффициент обесценивания товара в процессе транспортировки составляет – 2 %.

При единовременной закупке более 30 тонн поставщик готов дать оптовую скидку 5 % от цены товара. При маршрутной отправке объемом более 100 тонн перевозчик предоставляет скидку 2 % с транспортного тарифа.

Необходимо определить:

- 1) оптимальный размер партии поставки по методике Уилсона;
- 2) оптимальные совокупные логистические издержки на организацию снабжения;
- 3) оптимальный размер партии поставки с учетом скидок по критерию наименьших логистических издержек.

Рассчитаем оптимальный размер заказа по классической формуле Уилсона (3.1) :

$$EOQ = \sqrt{\frac{2 \cdot 500 \cdot 60}{120 + 0,03 \cdot 1000}} = 20 \text{ тонн.}$$

Рассчитаем годовые издержки на управление запасами в отсутствии оптовых скидок по формулам (3.4) – (3.5), (3.11):

$$C_{\text{зап}}^{\text{год}} = 500 \cdot 1000 + 60 \frac{500}{20} + 150 \frac{20}{2} = 503000 \text{ долларов.}$$

Рассчитаем величину транспортных затрат в отсутствии скидок по формулам (3.13) – (3.16):

$$C_{\text{тран}}^{\text{год}} = 500 \cdot 90 + \frac{10}{7} \cdot 0,02 \cdot 1000 = 45000 + 28,57 = 45028,57 \text{ долларов};$$

$$t_{\text{сз}} = \frac{20}{500} \cdot 365 = 7 \text{ суток.}$$

Совокупные затраты на снабжение при величине поставки 20 тонн с учетом затрат на запасы и транспортных издержек составят:

$$C_{\text{сн}}^{\text{год}} = 503000 + 45028,57 = 548028,57 \text{ долларов.}$$

Далее необходимо учесть возможные скидки, которые может получить фирма в случае увеличения объема поставки. Так, в частности, по условиям задачи поставщик готов дать скидку 5 % в случае единовременного заказа 30 тонн, а при поставке более 100 тонн можем дополнительно получить скидку в размере 2 % с транспортного тарифа от перевозчика.

Проведем аналогичные расчеты совокупных логистических издержек на организацию снабжения при объемах поставки соответственно 30 и 100 тонн.

В первом случае снизятся годовые затраты на закупку материального ресурса, издержки, связанные с обесцениванием товаров, а также издержки оформления заказов. Во втором случае дополнительно сократятся затраты на перевозку товаров. Однако в связи с увеличением партии поставки возрастут издержки хранения товаров на складе.

По результатам расчетов сравним три варианта организации поставок: объемом 20 тонн, 30 тонн и 100 тонн (табл. 3.1).

*Таблица 3.1*

### Сравнение вариантов организации поставок

Объем поставки, т	Логистические затраты на организацию снабжения, дол.					
	$C_{\text{зак}}^{\text{год}}$	$C_{\text{оз}}^{\text{год}}$	$C_{\text{хр}}^{\text{год}}$	$C_{\text{в}}^{\text{год}}$	$C_{\text{т}}^{\text{год}}$	$C_{\text{сн}}^{\text{год}}$
20	500000	1500	1500	45000	28,57	548028,57
30	475000	1000	2250	45000	18,18	523268,18
100	475000	300	7500	44100	5,55	526905,55

Таким образом, в результате сравнения вариантов установлено, что совокупные издержки снабжения минимизируются в случае одновременных поставок в размере 30 тонн. Это становится возможным за счет оптовых скидок, предоставляемых поставщиком, однако дальнейшее увеличение партии нецелесообразно.

### Модель работы с многономенклатурным заказом

Все ранее приведенные модификации формулы Уилсона придерживались допущения, что поставка ведется однономенклатурными заказами. Между тем, такая практика довольно редка. Чаще работают с многономенклатурными заказами. Аргументами в пользу объединения разных номенклатур в один заказ являются:

- требование поставщика о стоимости каждого заказа не ниже некоторой предельной величины;
- реализация полной загрузки транспортного средства;
- ограничение количества отправок и их периодичности каждому клиенту;
- снижение затрат на организацию, комплектацию партий поставок.

Для расчета оптимальных размеров заказа каждого  $i$ -го наименования в совместной поставке необходимо воспользоваться формулой

$$EOQ_i^* = Q_i \sqrt{\frac{2A}{\bar{Q} \cdot \bar{I}}}, \quad (3.17)$$

где  $Q$  – прогнозная потребность в товаре  $i$ -го наименования на определенный период, ед.;

$A$  – стоимость оформления заказа, ден. ед.;

$\bar{I}$  – вектор затрат на хранение единицы запаса различных наименований в плановом периоде времени, ден. ед.;

$\bar{Q}$  – вектор потребностей в товарах различных наименований в плановом периоде времени, ед.

Для иллюстрации расчета рассмотрим пример.

### Пример 3.4

Торговая фирма для осуществления своей деятельности совершает закупки товаров бытовой химии разных наименований. Данные о годовой потребности продукции и затратах на хранение едини-

цы запаса каждого наименования приведены в табл. 3.2. Стоимость оформления одного заказа и экспедирования поставки – 60 долларов.

Рассчитаем размер заказа каждого наименования в случае их совместных поставок.

Таблица 3.2

**Данные о потребности в товарах и затратах на хранение единицы запаса при многономенклатурных поставках**

Товарная позиция	Годовая потребность, т	Затраты хранения 1 тонны, дол.
Стиральный порошок	500	50
Мыло хозяйственное	20	30
Кондиционер для белья	300	20
Средство для мытья посуды	100	10
Стеклоомыватель для автомобилей	70	10

Предварительно проведем вспомогательный расчет произведения векторов потребности на издержки хранения:

$$\vec{Q} \cdot \vec{I} = 500 \cdot 50 + 20 \cdot 30 + 300 \cdot 20 + 100 \cdot 10 + 70 \cdot 10 = 33300 .$$

При расчете в MS Excel целесообразно воспользоваться функцией СУММПРОИЗВ (массив 1; массив 2), где в качестве массива 1 выделить столбец значений годовой потребности наименований товара, в качестве массива 2 – столбец затрат на хранение.

Рассчитаем оптимальный размер заказа каждого наименования в многономенклатурной поставке:

$$EOQ_1^* = 500 \sqrt{\frac{2 \cdot 60}{33300}} = 30 \text{ тонн};$$

$$EOQ_2^* = 20 \sqrt{\frac{2 \cdot 60}{33300}} = 1,2 \text{ тонн};$$

$$EOQ_3^* = 300 \sqrt{\frac{2 \cdot 60}{33300}} = 18 \text{ тонн};$$

$$EOQ_4^* = 100 \sqrt{\frac{2 \cdot 60}{33300}} = 6 \text{ тонн};$$

$$EOQ_5^* = 70 \sqrt{\frac{2 \cdot 60}{33300}} = 4,2 \text{ тонн.}$$

Общая величина одной поставки составит 59,4 тонн, в год необходимо будет сделать 17 заказов.

Итак, в настоящее время существует множество модификаций формулы Уилсона, учитывающих те или иные аспекты организации поставок. Тем не менее, в силу сложности и стохастичности логистических процессов на предприятии принятие решения не должно опираться только лишь на результат расчетов. Выбор схемы поставок лежит в спектре логистического менеджмента различных уровней управления организацией. Тем не менее, расчет *EOQ* – первый и необходимый шаг на пути совершенствования работы с запасами, и им не стоит пренебрегать.

### 3.3. Транспортная задача

В логистике важное значение имеет задача оптимального распределения потока от нескольких источников нескольким потребителям. Данная задача решается методами линейного программирования и носит название «транспортная задача».

В логистическом управлении наиболее часто встречаются задачи, относящиеся к транспортным: прикрепление потребителей ресурсов к производителям; привязка пунктов отправления к пунктам назначения; взаимная привязка грузопотоков прямого и обратного направлений; оптимальное распределение объемов выпуска промышленной продукции между заводами-изготовителями.

Математическая модель «транспортной задачи» в общем виде записывается следующим образом.

Пусть  $x_{ij}$  – количество единиц груза, запланированного к перевозке от  $i$ -го поставщика к  $j$ -му потребителю,  $c_{ij}$  – стоимость перевозки груза от  $i$ -го поставщика к  $j$ -му потребителю.

Найти значение целевой функции

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} c_{ij} \rightarrow \min,$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j,$$

$$x_{ij} \geq 0; i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n,$$

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \text{ (условие транспортной задачи закрытого типа),}$$

где  $m$  – кол-во поставщиков груза;  $n$  – кол-во потребителей груза;  $a_i$  – объем производства  $i$ -го поставщика;  $b_j$  – потребность  $j$ -го потребителя.

Классическую транспортную задачу, как задачу линейного программирования, можно решить симплекс-методом, но в силу ряда особенностей ее можно решить проще.

Рассмотрим алгоритм решения транспортной задачи на примере.

### Пример 3.5

Пусть на двух складах А и В имеется соответственно 50 и 40 т груза. Требуется спланировать перевозки к трем потребителям С, D и E так, чтобы потребитель С получил 30 т, D – 20 т, E – 40 т, а затраты на перевозку были минимальными. Стоимость перевозки от складов к потребителям указана в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Данные о стоимости перевозки грузов

Склады	Потребители			Запасы груза, т
	С	D	E	
А	4	6	7	40
В	2	9	15	80
Потребность, т	20	70	30	

Математическая модель данной задачи формулируется следующим образом.

Найти минимальное значение целевой функции:

$$F = 4x_{11} + 6x_{12} + 7x_{13} + 2x_{21} + 9x_{22} + 15x_{23},$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 40, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 80, \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 20, \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 70, \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} = 30; \end{cases}$$

и условия неотрицательности переменных:  $x_{ij} \geq 0$ ;  $i = 1, 2, j = 1, 2, 3$ .

Для решения «транспортных задач» применяют следующий алгоритм.

*Шаг 1.* Проверка баланса транспортной задачи.

Транспортная задача является «закрытой», если выполняется условие:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j, \quad (3.18)$$

где  $a_i$  – запасы груза на  $i$ -м складе;  $b_j$  – потребность  $j$ -го потребителя.

В противном случае задача является «открытой». Для выполнения баланса вводят фиктивные пункты назначения или отправления.

В нашем случае задача является «закрытой».

*Шаг 2.* Составление опорного плана перевозок.

Существуют несколько методов составления опорного плана перевозок: метод «северо-западного угла», «наименьшего элемента», двойного предпочтения и аппроксимации Фогеля.

Для решения задачи воспользуемся методом «наименьшего элемента». Его суть заключается в сведении к минимуму побочных перераспределений товаров между потребителями.

Алгоритм метода:

1) из таблицы стоимостей выбирают наименьшую стоимость и в клетку, которая ей соответствует, вписывают большее из чисел;

2) проверяются строки поставщиков на наличие строки с израсходованными запасами и столбцы потребителей на наличие столбца, потребности которого полностью удовлетворены; такие столбцы и строки далее не рассматриваются;

3) если не все потребители удовлетворены и не все поставщики израсходовали товары, возврат к п. 1, в противном случае задача решена.

Опорный план перевозок с применением метода «наименьшего элемента» представлен в табл. 3.4.

Таблица 3.4

**Опорный план перевозок грузов**

Склады	Потребители			Запасы груза, т
	С	D	Е	
А	4 <sup>4</sup> -	40 <sup>6</sup>	- <sup>7</sup>	40
В	20 <sup>2</sup>	30 <sup>9</sup>	30 <sup>15</sup>	80
Потребность, т	20	70	30	120

*Шаг 3.* Проверка плана перевозок на оптимальность.

Проверим полученный результат на оптимальность методом потенциалов.

Расчет потенциалов осуществляется для загруженных клеток, для которых должно выполняться равенство:

$$\alpha_i + \beta_j = c_{ij}, \quad (3.19)$$

где  $\alpha_i$  – потенциал  $i$ -й строки;  $\beta_j$  – потенциал  $j$ -го столбца.

Вычисляя потенциалы для загруженных клеток, принимаем, что  $\alpha_1 = 0$ . Результаты расчета потенциалов в табл. 3.5.

Таблица 3.5

**Расчет потенциалов**

Склады	Потребители			Запасы груза, т	Потенциал, $\alpha_i$
	С	D	Е		
А	4 <sup>4</sup> -	40 <sup>6</sup> ⊖ ⊕	- <sup>7</sup>	40	0
В	20 <sup>2</sup>	30 <sup>9</sup> ⊕ ⊖	30 <sup>15</sup>	80	3
Потребность, т	20	70	30	120	
Потенциал, $\beta_j$	-1	6	12		

Проверяем план на оптимальность по незагруженным клеткам с использованием неравенства:

$$\alpha_i + \beta_j \leq c_{ij}, \quad (3.20)$$

$\alpha_1 + \beta_1 = 0 - 1 = -1 < 4$  (условие выполняется);

$\alpha_1 + \beta_3 = 0 + 12 = 12 > 7$  (условие не выполняется).

Для клетки (1;3) условие не выполняется, следовательно, исходный план поставок не является оптимальным и требует улучшения.

#### *Шаг 4. Перераспределение ресурсов.*

Для улучшения исходного плана перевозок составляют контур перераспределения ресурсов по следующим правилам:

- строят замкнутый многоугольник с вершинами в загруженных клетках, за исключением клетки с вершиной максимальной неоптимальности и звеньями, лежащими вдоль строк и столбцов матрицы;

- ломаная линия должна быть связанной в том смысле, что из любой ее вершины можно попасть в любую другую вершину по звеньям ломаной цепи (по строке или по столбцу);

- в каждой вершине контура встречаются только два звена, одно из них располагается по строке, другое – по столбцу;

- число вершин контура четное, все они в процессе перераспределения делятся на загружаемые и разгружаемые;

- в каждой строке (столбце) имеются две вершины: одна загружаемая, другая разгружаемая.

В этой клетке намечаем одну из вершин контура и далее по вышеизложенным правилам строим контур, вершины которого будут находиться в клетках. Вершины контура последовательно подразделяем на загружаемые («+») и разгружаемые («-»), начиная с вершины максимальной неоптимальности (см. табл. 3.5).

Перераспределение ресурсов по контуру осуществляется с целью получения оптимального плана. В процессе перераспределения ресурсов по контуру в соответствии с условием неотрицательности переменных  $x_{ij}$  ни одно из этих значений не должно превратиться в отрицательное число. Поэтому анализируют только клетки, помеченные знаком «-», из которых выбирают клетку с минимальным объемом перевозок. План перевозок, полученный в результате перераспределения ресурсов, представлен в табл. 3.6.

Новый план перевозок (см. табл. 3.6) проверяют на оптимальность (см. шаг 2). Если условия оптимальности не выполняются, ресурсы вновь перераспределяются до тех пор, пока не будет найдено оптимальное решение.

В нашем случае полученный план является оптимальным, так как выполняются условия:

$$\alpha_1 + \beta_1 = 0 - 1 = -1 < 4;$$

$$\alpha_1 + \beta_3 = 3 + 7 = 10 < 15.$$

Таблица 3.6

**Оптимальный план перевозок**

Склады	Потребители			Запасы груза, т	Потенциал, $\alpha_i$
	С	Д	Е		
А	4	6	7	40	0
В	2	9	15	80	3
Потребность, т	20	70	30	120	
Потенциал, $\beta_j$	-1	6	7		

Итак, транспортные затраты минимизированы и составляют:

$$F(x) = 10 \cdot 6 + 7 \cdot 30 + 20 \cdot 2 + 60 \cdot 9 = 850 \text{ рублей.}$$

Оптимизационные задачи «транспортного типа» можно решать с помощью надстройки «Поиск решения» в MS Excel. Это особенно полезно в случае большой размерности задачи и высокой трудоемкости ее решения вручную.

Рассмотрим алгоритм нахождения оптимального решения с помощью MS Excel для ранее приведенных исходных данных.

1. В таблицу MS Excel заносятся исходные данные: матрица данных о стоимости перевозки грузов; данные о запасах и потребностях.

2. Формируется пустая матрица вывода результатов решения транспортной задачи.

3. В матрице вывода результатов вносятся формулы расчета суммарного объема перевозок из каждого источника и в каждый сток.

4. Задается ячейка, в которую вносится формула расчета значения целевой функции:  $f = \sum c_{ij} x_{ij}$ . В Excel целевую функцию возможно задать формулой =СУММПРОИЗВ(Массив1;Массив2) (рис. 3.3).

5. После оформления исходных данных вызывают функцию «Поиск решения» (расположена в меню «Данные»). В появившееся окно вносят данные о целевой функции, изменяемых ячейках, ограничениях.

Изменяемыми ячейками является массив пустой матрицы, в нашем случае – массив В11:Д12.

Ограничением является равенство суммарных объемов перевозок из каждого источника (склада) запасам и равенство объемов перевозок в каждый сток (потребитель) потребностям.

Помимо этого вносят ограничения неотрицательности искоемых переменных (рис. 3.4), после чего дается команда «Выполнить» и «ОК».

	A	B	C	D	E
1	<b>Данные о стоимости перевозки, руб./тонн</b>				
2	Потребители				
3	Склады		C	D	E
4	A	4		6	7
5	B	2		9	15
6	Потребность, тонн	20		70	30
7					
8	<b>План перевозок, тонн</b>				
9	Потребители				
10	Склады		C	D	E
11	A	0		0	=СУММ(B11:D11)
12	B	0		0	=СУММ(B12:D12)
13	Потребность, тонн	=СУММ(B11:B12)		=СУММ(C11:D11)	=СУММ(D11:D12)
14					
15	Целевая функция	=СУММПРОИЗВ(B4:D5;B11:D12)			
16					

Рис. 3.3. Пример оформления исходных данных транспортной задачи в MS Excel

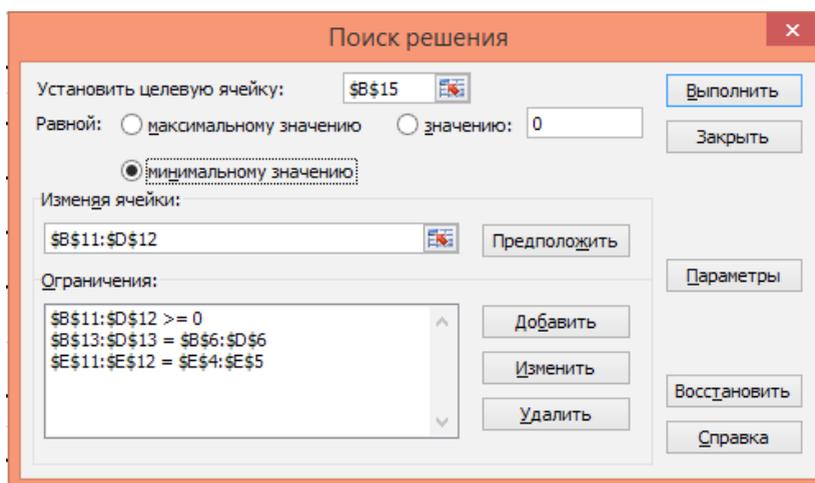


Рис. 3.4. Ввод ограничений для решения транспортной задачи в окне «Поиск решения» MS Excel

После выполнения ряда итераций программа выводит искомый план перевозок (ячейки B11:D12), минимальное значение целевой функции (ячейка B15) (рис. 3.5).

	A	B	C	D	E
1	Данные о стоимости перевозки, руб./тонн				
2	Потребители				
3	Склады	C	D	E	Запасы груза, тонн
4	A	4	6	7	40
5	B	2	9	15	80
6	Потребность, тонн	20	70	30	
7					
8	План перевозок, тонн				
9	Потребители				
10	Склады	C	D	E	Запасы груза, тонн
11	A	0,00	10,00	30,00	40
12	B	20,00	60,00	0,00	80
13	Потребность, тонн	20	70	30	
14					
15	Целевая функция	850			

Рис. 3.5. Результат решения транспортной задачи в MS Excel

Решение транспортной задачи в MS Excel показало тот же результат, что и ручной метод: затраты развоза груза со складов потребителям минимизированы.

Итак, мы рассмотрели решение транспортной задачи в ее классическом виде. Однако в реальной жизни на нее может накладываться целый ряд дополнительных ограничений. Наиболее известны следующие модификации транспортной задачи:

– транспортная задача с приоритетами возникает, если при обеспечении удовлетворения потребителей необходимо обеспечить обслуживание в определенной очередности (динамическая транспортная задача);

- многопродуктовые транспортные задачи;
- задача с избытком (дефицитом) отправляемой продукции (открытые транспортные задачи);
- задачи с обязательными поставками, когда между некоторыми поставщиками и потребителями уже существует договор о прямых поставках определенного количества продукции;
- транспортные задачи с запретами, в случае если поставки по некоторым каналам оказываются недопустимыми;
- задачи с ограничением пропускной способности коммуникаций.

### 3.4. Задача о назначениях

В практике работы дистрибьюторских компаний, осуществляющих доставку мелкопартионных грузов клиентам, нередко используется арендованный подвижной состав. Стоимость аренды, как правило, зависит от грузоподъемности автомобиля и сектора развозки груза. Поскольку секторы развозки формируются по территориальному принципу, то косвенно стоимость аренды зависит и от пробега автомобиля на маршруте. В данном случае минимизация общих транспортных расходов будет заключаться в оптимальной загрузке подвижного состава, вследствие чего минимизируется общее количество задействованных в перевозке автомобилей.

Эвристические алгоритмы решения задачи формирования развозочных маршрутов включают два этапа:

- 1) группировка пунктов по маршрутам;
- 2) определение рационального порядка объезда пунктов.

Задачу группировки пунктов по маршрутам можно решить как частный случай задачи о назначениях.

Предположим, что имеется  $n$  грузополучателей или клиентов, каждого из которых может обслужить любой из  $m$  привлеченных для перевозок автомобилей. Стоимость обслуживания  $i$ -го клиента  $j$ -м автомобилем  $c_{ij}$  или теневая цена (это цена резервирования провозных возможностей, ее величина отражает максимальную цену, которую можно согласиться заплатить за обслуживание  $i$ -го клиента) рассчитывается следующим образом:

$$c_{ij} = \frac{Q_i}{q_j} \times s_j, \quad (3.21)$$

где  $Q_i$  – вес партии товара, доставленной  $i$ -му клиенту, кг;  
 $q_j$  – грузоподъемность  $j$ -го автомобиля с учетом класса груза, кг;  
 $s_j$  – затраты на рейс, выполненный  $j$ -м автомобилем, р.

Необходимо распределить автомобили по клиентам так, чтобы минимизировать суммарные затраты, связанные с выполнением перевозки.

Введем переменные  $x_{ij}$ , принимающие значение 1 в случае, когда  $i$ -го клиента обслуживает  $j$ -й автомобиль, и значение 0 во всех остальных случаях.

Тогда ограничение

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i = 1 \dots n \quad (3.22)$$

гарантирует обслуживание  $i$ -го клиента лишь одним автомобилем, то есть заказы клиентов разбивать нельзя, а ограничение

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq b_j, j = 1 \dots m \quad (3.23)$$

гарантирует, что каждый автомобиль будет обслуживать не более  $b$  клиентов.

Это означает, что мы пытаемся учесть ограничения по времени обслуживания клиентов еще на этапе решения задачи о назначениях.

Поскольку речь идет о формировании развозочных маршрутов, необходимо учесть ограничения по грузоподъемности:

$$\sum_{i=1}^m Q_i x_{ij} \leq q_j, i = 1 \dots m, \quad (3.24)$$

означающие, что фактическая нагрузка подвижного состава не должна превышать его грузоподъемности.

Таким образом, задачу о назначениях подвижного состава можно записать следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min; \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, i = 1 \dots m; \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq b_j, j = 1 \dots n; \\ \sum_{i=1}^m Q_i x_{ij} \leq q_j, i = 1 \dots m, \\ x_{ij} \in \{0,1\}, i = 1 \dots m, j = 1 \dots n. \end{array} \right.$$

Условие  $x_{ij} \in \{0,1\}$ ,  $i = 1 \dots m$ ,  $j = 1 \dots n$  означает выполнение требования двоичности переменных  $x_{ij}$ , то есть в допустимом целеисчислении значениями переменных могут быть только 0 и 1.

Задача о назначениях является частным случаем классической транспортной задачи. Следовательно, для ее решения может быть использован эффективный вычислительный алгоритм симплексного метода, реализованный в средстве «Поиск решения» MS Excel. Для иллюстрации применения метода рассмотрим пример.

### Пример 3.6

Необходимо сформировать развозочные маршруты для обслуживания пяти клиентов, вес партии товара каждого из них колеблется в диапазоне от 0,8 до 1,45 т, а общий вес всех товаров составляет 5,9 т. В распоряжении имеется семь автомобилей: пять автомобилей ГАЗ-3302 «Газель» грузоподъемностью 1,5 т и два автомобиля ГАЗ-53 грузоподъемностью 3 т. Стоимость аренды автомобиля ГАЗ-3302 «Газель» составляет 1 тыс. р., а автомобиля ГАЗ-53 — 1,5 тыс. р. Таким образом, имеется избыток грузовых возможностей, следовательно, необходимо определить подвижной состав, использование которого минимизирует транспортные издержки, и закрепить его за клиентами.

Для решения задачи на рабочем листе MS Excel нужно разработать модель рассматриваемой задачи. Разрабатываемую модель необходимо представить в виде трех таблиц: матрицы теневых цен  $C_{ij}$ , матрицы переменных  $X_{ij}$  и матрицы произведения  $C_{ij} * X_{ij}$ . Для решения задачи необходимо связать значения таблиц формулами. Зависимости, связывающие переменные модели, представлены в табл. 3.7 — 3.10.

В табл. 3.7 цены рассчитываются по формуле (3.21), для чего в ячейку B6 нужно занести формулу:  $B6=(I6/B\$12)*B\$5$ , которая затем распространяется на весь диапазон ячеек B6:H10, содержащих теневые цены.

Фактическую загрузку подвижного состава рассчитывают по формуле (3.24), которую нужно занести в ячейку B11 в виде  $B11=СУММПРОИЗВ(I6:I10;L6:L10)$ . Аналогично данная формула распространяется на весь диапазон ячеек B11:H11, содержащих значения загрузки.

В табл. 3.8 в диапазоне L6:R10 содержатся изменяемые ячейки, формулы, занесенные в диапазон S6:S10, суммируют значения изменяемых ячеек по строкам, а занесенные в диапазон L11:R11 – по столбцам. Функция, занесенная в ячейки строки «Выбор», возвращает значение 1, если в ячейках строки «Сумма» находится значение, большее или равное 1, и значение 0 в противном случае.

Представленные в табл. 3.9 формулы служат для вычисления целевой функции, то есть суммы теневых цен для обслуженных клиентов.

Зависимости, связывающие переменные в матрице теневых цен  $C_{ij}$ 

A	B	C	D	E	F	G	H	I
2				Номер рейса				
3	1	2	3	4	5	6	7	Заказа- но, т
4	Загрузки на рейс, р.							
5	1000	1000	1000	1000	1000	1500	1500	
6	$=(\$16/B\$12)*B\$5$	$=(\$16/C\$12)*C\$5$	$=(\$16/D\$12)*D\$5$	$=(\$16/E\$12)*E\$5$	$=(\$16/F\$12)*F\$5$	$=(\$16/G\$12)*G\$5$	$=(\$16/H\$12)*H\$5$	0,8
7	$=(\$17/B\$12)*B\$5$	$=(\$17/C\$12)*C\$5$	$=(\$17/D\$12)*D\$5$	$=(\$17/E\$12)*E\$5$	$=(\$17/F\$12)*F\$5$	$=(\$17/G\$12)*G\$5$	$=(\$17/H\$12)*H\$5$	1,2
8	$=(\$18/B\$12)*B\$5$	$=(\$18/C\$12)*C\$5$	$=(\$18/D\$12)*D\$5$	$=(\$18/E\$12)*E\$5$	$=(\$18/F\$12)*F\$5$	$=(\$18/G\$12)*G\$5$	$=(\$18/H\$12)*H\$5$	1,45
9	$=(\$19/B\$12)*B\$5$	$=(\$19/C\$12)*C\$5$	$=(\$19/D\$12)*D\$5$	$=(\$19/E\$12)*E\$5$	$=(\$19/F\$12)*F\$5$	$=(\$19/G\$12)*G\$5$	$=(\$19/H\$12)*H\$5$	1,45
10	$=(\$110/B\$12)*B\$5$	$=(\$110/C\$12)*C\$5$	$=(\$110/D\$12)*D\$5$	$=(\$110/E\$12)*E\$5$	$=(\$110/F\$12)*F\$5$	$=(\$110/G\$12)*G\$5$	$=(\$110/H\$12)*H\$5$	1
11	Загрузка ПС, т	$=\text{СУМ-}$ МПРОИЗВ (\\$16:\$110; L6:L10)	$=\text{СУММПРО-}$ ИЗВ (\$16:\$110; N6:N10)	$=\text{СУМ-}$ МПРОИЗВ (\\$16:\$110; O6:O10)	$=\text{СУМ-}$ МПРОИЗВ (\\$16:\$110; P6:P10)	$=\text{СУМ-}$ МПРОИЗВ (\\$16:\$110; Q6:Q10)	$=\text{СУММПРО-}$ ИЗВ (\$16:\$110; R6:R10)	
12	Грузо- польем- ность, т	1,5	1,5	1,5	1,5	3	3	

Таблица 3.8

Зависимости, связывающие переменные в матрице переменных  $X_{ij}$ 

К	L	M	N	O	P	Q	R	S	
									Номер рейса
4	Клиент-								
5	ты	1	2	3	4	5	6	7	
6	1	0	0	0	0	0	0	=СУММ (L6:R6)	
7	2	0	0	0	0	0	0	=СУММ (L7:R7)	
8	3	0	0	0	0	0	0	=СУММ (L8:R8)	
9	4	0	0	0	0	0	0	=СУММ (L9:R9)	
10	5	0	0	0	0	0	0	=СУММ (L10:R10)	
11	Сумма	=СУММ (L6:L10)	=СУММ (M6:M10)	=(N6:N10)	=СУММ (N6:N10)	=СУММ (N6:N10)	=СУММ (N6:N10)	=СУММ (N6:N10)	=СУММ (S6:S10)
12	Выбор	=ЕСЛИ (L11>=1;1;0)	=ЕСЛИ (M11>=1;1;0)	=ЕСЛИ (N11>=1;1;0)	=СУММ (L12:R12)				



В диалоговое окно «Поиск решения» заносится целевая ячейка, диапазон изменяемых ячеек и ограничения. Свод параметров модели представлен в табл. 3.10 и на рис. 3.6.

Таблица 3.10

Параметры модели для поиска решения

Параметры задачи	Ячейки	Семантика
Результат	\$AC\$11	Цель – уменьшение общих транспортных затрат
Изменяемые данные	\$L\$6:\$R\$10	Количество транспортных средств, используемых при перевозках
Ограничения	\$B\$11:\$H\$11 <= \$B\$12:\$H\$12	Фактическая загрузка подвижного состава не должна превышать его грузоподъемности
	\$L\$6:\$R\$10=двоичное	Двоичность переменных $x_{ij}$ , т.е. значениями переменных могут быть только 0 и 1
	\$\$S\$6:\$S\$10=1	Ограничение гарантирует обслуживание клиента лишь одним автомобилем, т.е. заказы клиентов дробить нельзя

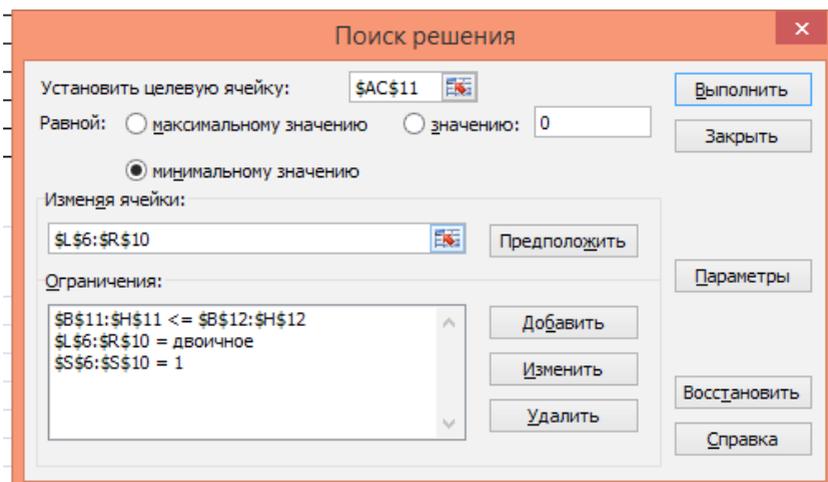


Рис. 3.6. Ввод данных в окно «Поиск решения»

После ряда итераций программа находит оптимальный вариант назначения транспортных средств на рейсы (рис. 3.7).

U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC
<b>Матрица произведения <math>C_{ij} * X_{ij}</math></b>								
Клиенты	Номер рейса							Сумма
	1	2	3	4	5	6	7	
1	0	0	0	0	0	0	400	400
2	0	0	0	0	0	0	600	600
3	0	0	0	0	0	725	0	725
4	0	0	0	0	0	725	0	725
5	0	0	0	0	0	0	500	500
Сумма	0	0	0	0	0	1450	1500	2950

Рис. 3.7. Результат решения задачи о назначениях в MS Excel

В результате расчетов установлено, что для минимизации затрат на поставки мелкопартионных грузов следует использовать два автомобиля ГАЗ-53 грузоподъемностью 3 тонны (рейсы 6–7). При этом автомобиль № 6 выполняет доставку двух партий груза по 1,45 тонн клиентам 3 и 4, а автомобиль № 7 выполняет доставку клиентам 1, 2 и 5 по 0,8 тонн, 1,2 тонны и 1 тонне соответственно. Суммарные транспортные затраты составят 2950 рублей.

### 3.5. Оптимизационные задачи логистики на графах. Алгоритм Дейкстры

Одна из распространенных задач логистики — оптимизация продвижения материальных потоков по логистическим цепям. Решение

этой задачи в том числе предполагает поиск кратчайшего пути между звеньями. С точки зрения математического программирования это задача о нахождении на ориентированном графе пути наименьшей длины между двумя заданными его вершинами.

Графом в математике называют совокупность непустого множества вершин и наборов пар вершин (связей между вершинами). Объекты графа представляются как вершины, или узлы графа, а связи — как ребра. Для разных областей применения виды графов могут различаться направленностью, ограничениями на количество связей и дополнительными данными о вершинах или ребрах. Ориентированным графом называют множество (упорядоченных) пар различных вершин, называемых дугами или ориентированными ребрами. Длиной пути такого графа называется сумма длин дуг, составляющих этот путь [4].

Одним из наиболее эффективных алгоритмов решения задачи поиска кратчайшего пути от заданной вершины графа до всех остальных является алгоритм Дейкстры.

Идея алгоритма Дейкстры состоит в следующем. Каждой вершине из графа сопоставляют метку (потенциал) — минимальное известное расстояние от этой вершины до исходной вершины  $a$ . Алгоритм работает пошагово — на каждом шаге он «посещает» одну вершину и пытается уменьшать потенциалы. Работа алгоритма завершается, когда все вершины посещены. Потенциал самой вершины  $a$  полагается равным 0, потенциалы остальных вершин — бесконечности. Это отражает то, что расстояния от  $a$  до других вершин пока неизвестны. Все вершины графа помечаются как непосещенные. Если все вершины посещены, алгоритм завершается.

Рассмотрим шаги алгоритма.

*Шаг 1.* Вершине, от которой требуется определить кратчайшее расстояние, присваивается потенциал, равный нулю. Отыскиваются звенья, в которых начальные вершины  $i$  имеют потенциалы  $v_i$ , а конечные  $j$  не имеют.

Значения потенциалов конечных вершин  $v_j$  определяются по формуле

$$v_j = v_i + c_{ij}, \quad (3.25)$$

где  $c_{ij}$  — длина звена  $(i, j)$ .

*Шаг 2.* Если потенциал вершины  $j$  определен неоднозначно, в расчетах оставляют наименьшее значение  $v_j$ . Из всех полученных от

начала расчетов и не присвоенных вершинам потенциалов выбирается наименьший. Его значение присваивается конечной вершине.

*Шаг 3.* Дуга  $(i, j)$  отмечается стрелкой. Действия повторяются, начиная с шага 1, до присвоения потенциалов всем вершинам. Величина потенциала у соответствующей вершины показывает кратчайшее расстояние до данного пункта. Звенья со стрелками образуют кратчайший маршрут движения от исходной вершины до всех остальных.

Принимая за начало последовательно каждую вершину графа и выполняя расчеты по приведенному алгоритму, получают матрицу кратчайших расстояний. Одна строка матрицы соответствует кратчайшим расстояниям от одной вершины до всех остальных.

Рассмотрим алгоритм Дейкстры на примере.

### Пример 3.7

Известны расстояния между смежными пунктами на транспортной сети (рис. 3.8). Найти кратчайший путь проезда из пункта 1 к пункту 10.

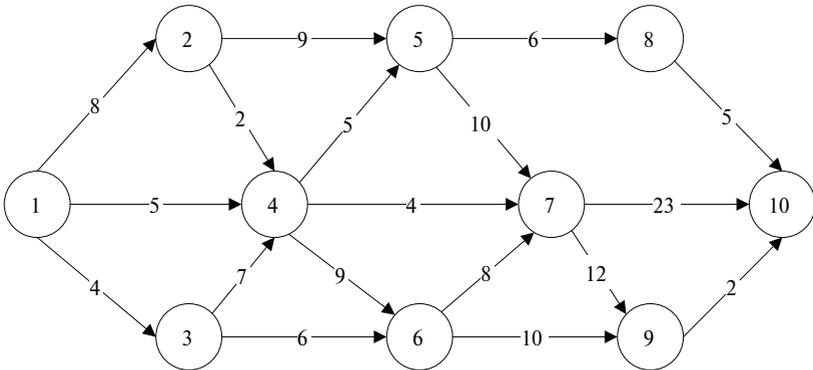


Рис. 3.8. Граф путей проезда, км

Вспользуемся алгоритмом Дейкстры.

Этап 1. Начальной вершине присваивается потенциал 0:

$$v_1 = 0.$$

Этап 2. Определение потенциалов вершин, являющихся конечными по отношению к вершине 1.

$$v_2 = v_1 + c_{12} = 0 + 8 = 8.$$

$$v_3 = v_1 + c_{13} = 0 + 4 = 4.$$

$$v_4 = v_1 + c_{14} = 0 + 5 = 5.$$

Выбор наименьшего из неприсвоенных потенциалов:  $\min(v_2, v_3, v_4) = v_3 = 4$ .

Вершине 3 присваивается значение кратчайшего расстояния, равное 4.

Этап 3. За начальную принимается вершина 3:

$$v_4 = v_3 + c_{34} = 4 + 7 = 11.$$

$$v_6 = v_3 + c_{14} = 4 + 6 = 10.$$

Потенциал вершины 4 определен дважды, в расчетах оставляют наименьший:  $v_4 = 5$ . Значение  $v_4$ , полученное на этапе 3, вычеркивается.

Выбор наименьшего из неприсвоенных потенциалов:  $\min(v_2, v_4, v_6) = v_4 = 5$ .

Этап 4. За начальную принимается вершина 4:

$$v_5 = v_4 + c_{45} = 5 + 5 = 10;$$

$$v_6 = v_4 + c_{46} = 5 + 9 = 14;$$

$$v_7 = v_4 + c_{47} = 5 + 7 = 12.$$

Потенциал вершины 6 определен дважды, в расчетах оставляют наименьший:  $v_6 = 10$ . Значение  $v_6$ , полученное на этапе 4, вычеркивается.

Выбор наименьшего из потенциалов:  $\min(v_2, v_5, v_6, v_7) = v_2 = 8$ .

Этап 5. За начальную принимается вершина 2:

$$v_5 = v_2 + c_{25} = 8 + 9 = 17.$$

Потенциал вершины 5 определен дважды, в расчетах оставляют наименьший:  $v_5 = 10$ . Значение  $v_5$ , полученное на этапе 5, вычеркивается.

Выбор наименьшего из неприсвоенных потенциалов:  $\min(v_5, v_6, v_7) = v_5 = 10$ .

Этап 6. За начальную принимается вершина 5:

$$v_7 = v_5 + c_{57} = 10 + 10 = 20;$$

$$v_8 = v_5 + c_{57} = 10 + 6 = 16.$$

Потенциал вершины 7 определен дважды, в расчетах оставляют наименьший:  $v_7 = 12$ . Значение  $v_7$ , полученное на этапе 6, вычеркивается.

Выбор наименьшего из неприсвоенных потенциалов:  $\min(v_6, v_7, v_8) = v_6 = 10$ .

Этап 7. За начальную принимается вершина 6:

$$v_7 = v_6 + c_{67} = 10 + 8 = 18;$$

$$v_9 = v_6 + c_{69} = 10 + 10 = 20.$$

Потенциал вершины 7 определен дважды, в расчетах оставляют наименьший:  $v_7 = 12$ . Значение  $v_7$ , полученное на этапе 7, вычеркивается.

Выбор наименьшего из неприсвоенных потенциалов:  $\min(v_7, v_8, v_9) = v_7 = 12$ .

Этап 8. За начальную принимается вершина 7:

$$v_9 = v_7 + c_{79} = 12 + 12 = 24;$$

$$v_{10} = v_7 + c_{710} = 12 + 23 = 35.$$

Потенциал вершины 9 определен дважды, в расчетах оставляют наименьший:  $v_9 = 20$ . Значение  $v_9$ , полученное на этапе 8, вычеркивается.

Выбор наименьшего из неприсвоенных потенциалов:  $\min(v_8, v_9, v_{10}) = v_8 = 16$ .

Этап 9. За начальную принимается вершина 8:

$$v_{10} = v_8 + c_{810} = 16 + 5 = 21.$$

Выбор наименьшего из неприсвоенных потенциалов:  $\min(v_9, v_{10}) = v_9 = 21$ .

Потенциал вершины 10 определен дважды, в расчетах оставляют наименьший:  $v_{10} = 21$ . Значение  $v_{10}$ , полученное на этапе 8, вычеркивается.

Итак, потенциал вершины 10 присвоен, кратчайшее расстояние из вершины 1 к вершине 10 найдено, равно 21 км.

Графическое отображение присвоения потенциалов и расчет кратчайшего пути на графе представлены на рис. 3.9.

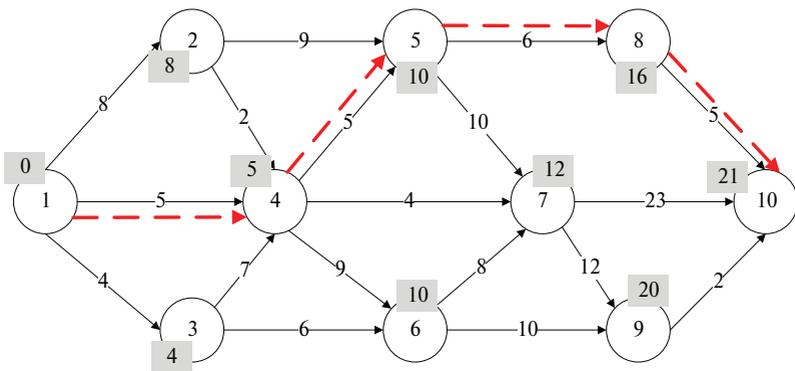


Рис. 3.9. Графическое отображение кратчайшего расстояния проезда

Задача поиска кратчайшего пути может быть также решена в среде MS Excel средствами надстройки «Поиск решения». Для этого необходимо составить модель, отражающую структуру графа, в котором требуется найти кратчайший путь.

Рассмотрим эти процедуры для вышерассмотренного примера. Составим математическую модель задачи.

Пусть  $i$  – каждая предыдущая вершина сети,  $j$  – каждая последующая, при этом  $i < j$  (условие означает, что ребра пронумерованы правильно);

$c_{ij}$  – длина каждого ребра (значения указаны на ребрах графа).

Требуется найти такой путь от начальной вершины  $i = 1$  до конечной  $j = 10$ , чтобы сумма длин дуг, входящих в искомый путь, была минимальной.

Введем переменную  $x_{ij}$ :

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если ребро } ij \text{ входит в искомый кратчайший путь,} \\ 0, & \text{если ребро } ij \text{ не входит в искомый кратчайший путь,} \end{cases}$$

при этом полагаем, что  $x_{ij} = 0$ , если в графе отсутствует дуга  $ij$ .

Тогда целевая функция примет вид:

$$\sum_i^n \sum_j^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \text{ при } i < j \text{ с учетом линейных ограничений.}$$

Рассмотрим ограничения, отражающие структуру графа.

1. Так как искомый путь по условию начинается в вершине  $i=1$ , он должен включать в себя одну из дуг, идущих от начальной вершины. Таким образом, первое ограничение:

$$\sum_{j=2}^{10} x_{1j} = 1,$$

для нашего примера данное ограничение выглядит:  $x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1$  (т. е. сумма «меток» всех ребер, выходящих из начальной вершины, равна 1).

2. Аналогично искомый путь заканчивается в вершине 10, он должен включать в себя одно из ребер, идущих от предшествующих вершин. Таким образом, второе ограничение:

$$\sum_{i=1}^9 x_{i10} = 1,$$

для нашего примера данное ограничение выглядит:  $x_{810} + x_{710} + x_{910} = 1$  (т.е. сумма «меток» всех ребер, входящих в последнюю вершину, равна 1).

3. Остальные ограничения формируют так, чтобы искомый путь мог пройти через любую вершину (уже учтены начальная и конечная). При этом, если искомый путь входит в вершину, то должен выйти из нее: число входящих в вершину ребер равно числу выходящих из нее, а разность этих чисел равна нулю. Число таких ограничений равно числу вершин графа за исключением начальной и конечной вершины.

Для нашего графа ограничения для остальных вершин следующие:  $x_{12} - x_{24} - x_{25} = 0$  (то есть «метки» ребер, входящих во вторую вершину, минус «метки» ребер, выходящих из второй вершины, равно нулю);

$$x_{13} - x_{34} - x_{36} = 0 \text{ (для третьей вершины);}$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} - x_{45} - x_{46} - x_{47} = 0 \text{ (для четвертой вершины).}$$

Аналогично записываются ограничения для вершин 5 – 9.

Перенесем модель в MS Excel (рис. 3.10).

	A	B	C	D	E	F
1	Ребро	Расстояние, км C <sub>i</sub> J	X <sub>ij</sub>			
2	1-2	8	0		Критериальная функция =СУММПРОИЗВ(B2:B19;C2:C19)	
3	1-3	4	0			
4	1-4	5	0			
5	2-4	2	0			
6	2-5	9	0		<b>Ограничения для начальной и конечной вершин</b>	
7	3-4	7	0		=C2+C3+C4	начальная вершина, i=1
8	3-6	6	0		=C19+C18+C17	конечная вершина, j=10
9	4-5	5	0		<b>Ограничения для остальных вершин</b>	
10	4-6	9	0		=C2-C5-C6	вершина 2
11	4-7	4	0		=C3-C7-C8	вершина 3
12	5-7	10	0		=C4+C5+C7-C9-C10-C11	вершина 4
13	5-8	6	0		=C6+C9-C12-C13	вершина 5
14	6-7	8	0		=C8+C10-C14-C15	вершина 6
15	6-9	10	0		=C11+C12+C14-C16-C17	вершина 7
16	7-9	12	0		=C13-C18	вершина 8
17	7-10	23	0		=C15+C16-C19	вершина 9
18	8-10	5	0			
19	9-10	2	0			
20						

Рис. 3.10. Оформление данных в MS Excel

Далее необходимо задать целевую функцию и структуру ограничений в надстройке «Поиск решения» (рис. 3.11).

В графе «Установить целевую ячейку» указывают ссылку на ячейку, содержащую критериальную функцию, ее значение устанавливается равным минимальному. Изменяемые ячейки – диапазон переменных  $x_{ij}$ . Ограничения – для начальной и конечной вершин приравниваются к 1, остальные к 0. Кроме этого в ограничениях устанавливаются «двоичные значения» для диапазона переменных  $x_{ij}$  (чтобы искомые переменные принимали только значения 0 или 1).

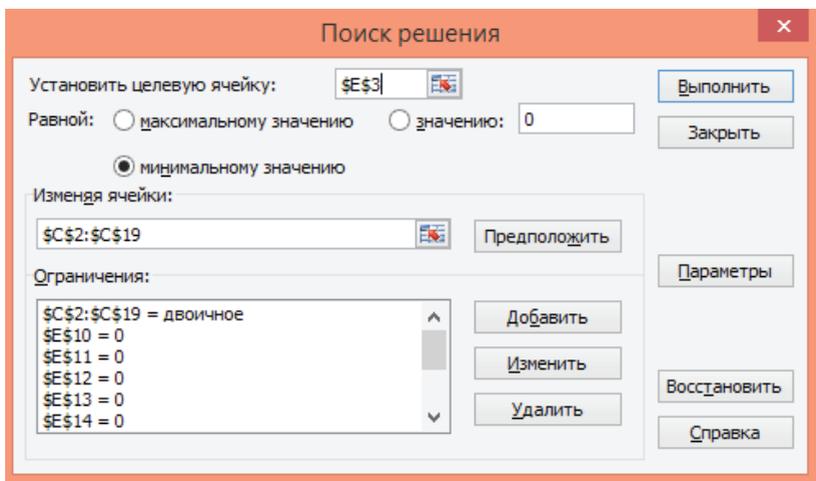


Рис. 3.11. Ввод ограничений в «Поиск решения»

Результат решения для приведенного примера представлен на рис. 3.12.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Ребро	Расстояние, км $S_{ij}$	$X_{ij}$					
2	1--2	8	0		<b>Критериальная функция</b>			
3	1--3	4	0		21			
4	1--4	5	1		<b>Ограничения для начальной и конечной вершин</b>			
5	2--4	2	0		1 начальная вершина, $i=1$			
6	2--5	9	0		1 конечная вершина, $j=10$			
7	3--4	7	0		<b>Ограничения для остальных вершин</b>			
8	3--6	6	0		0 вершина 2			
9	4--5	5	1		0 вершина 3			
10	4--6	9	0		0 вершина 4			
11	4--7	4	0		0 вершина 5			
12	5--7	10	0		0 вершина 6			
13	5--8	6	1		0 вершина 7			
14	6--7	8	0		0 вершина 8			
15	6--9	10	0		0 вершина 9			
16	7--9	12	0					
17	7--10	23	0					
18	8--10	5	1					
19	9--10	2	0					

Рис. 3.12. Результат поиска кратчайшего пути в MS Excel

Таким образом, для рассматриваемого графа кратчайшим является путь:

1 – 4 – 5 – 8 – 10, что отмечено единицами в столбце «С» таблицы MS Excel (см. рис. 3.12), при этом достигается минимальная длина пути, равная 21 км.

### 3.6. Задача коммивояжера. Метод Кларка-Райта

Маршрутизация представляет собой обоснование эффективного по различным критериям маршрута следования транспортного средства, осуществляющего перевозку груза. Маршрутизация особо важна для автомобильного транспорта, поскольку в отношении него существует большая свобода выбора. Актуальность маршрутизации снижается в следующей последовательности: воздушный и морской транспорт, речной и железнодорожный транспорт.

Одной из самых распространенных задач маршрутизации является задача коммивояжера (коммивояжер — бродячий торговец), заключающаяся в отыскании самого выгодного маршрута, проходящего через указанные пункты хотя бы по одному разу с последующим возвратом в исходный пункт. В условиях задачи указываются критерии выгодности маршрута (расстояние, стоимость, время) и соответствующие матрицы расстояний, стоимости, времени и т. д.

Существует множество математических методов нахождения как точного, так и приближенного решения данной задачи. Среди точных — метод полного перебора, который эффективен в случае малого количества узлов в транспортной сети, однако в случае их увеличения полный перебор становится практически не реализуем, так как согласно правилам комбинаторики количество вариантов маршрута есть  $n!$ , где  $n$  — число узлов сети. К примеру, для 100 узлов количество вариантов будет представляться 158-значным числом, это делает данный метод не эффективным с точки зрения быстродействия, даже при условии использования мощных компьютеров.

Другой точный метод, используемый для решения задачи коммивояжера — метод «ветвей и границ». Данный метод является вариацией полного перебора с отсевом подмножеств допустимых решений, заведомо не содержащих оптимальных решений. Данный метод также весьма трудоемок. В связи с этим широкое распространение получили методы приближенного решения задачи, в том числе жадный и деревянный алгоритмы, метод имитации отжига, метод Кларка-Райта. Последний основан на понятии «выгоды» от объединения двух маятниковых маршрутов в один кольцевой и позволяет найти решение, близкое к оптимальному (погрешность решения не превосходит в среднем 5-10 %).

Маятниковым маршрутом называют вид маршрута, при котором пробег автомобиля между двумя конечными пунктами назначения неоднократно повторяется. На практике сформировались следующие

щие виды маятниковых маршрутов: с обратным холостым пробегом; с обратным частично груженым пробегом; с обратным полностью груженым пробегом. Кольцевой маршрут — это вид маршрута, при котором пробег автомобиля происходит по замкнутому контуру, на котором располагаются несколько последовательно объезжаемых пунктов назначения. После того как автомобиль совершит кольцевой маршрут, он возвращается в исходный пункт. Существуют следующие разновидности кольцевых маршрутов: развозочный (продукция от одного поставщика доставляется нескольким потребителям); сборный (продукция от нескольких поставщиков доставляется одному потребителю); сборно-развозочный (продукция получается у нескольких поставщиков и доставляется нескольким потребителям).

Рассмотрим алгоритм решения задачи коммивояжера методом Кларка-Райта на примере.

### Пример 3.8

Пусть продукция распределяется с оптового склада в 12 розничных магазинов, известны координаты и объем спроса грузополучателей (табл. 3.11).

Таблица 3.11

**Координаты и объем спроса грузополучателей**

$i$	$q_i$	$x_i$	$y_i$	$i$	$q_i$	$x_i$	$y_i$
1	45	1	6	7	25	9	3
2	40	2	7	8	7	7	3
3	5	4	6	9	35	6	1
4	25	7	6	10	30	3	1
5	15	9	7	11	42	1	3
6	16	10	5	12	45	8	2

$i$  – порядковые номера магазинов,  $q_i$  – объемы поставок в магазины,  $x_i, y_i$  – координаты размещения потребителей на условной карте

Координаты склада:  $x_0 = 5, y_0 = 4$ . Грузовместимость транспортного средства 90 паллет. Размещение исходного пункта и получателей схематично представлено на рис. 3.13.

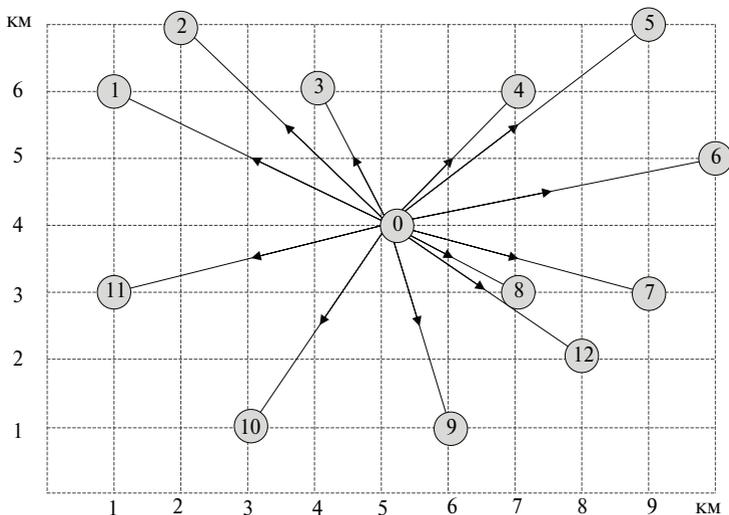


Рис. 3.13. Исходная схема развозки груза

Построим оптимальную схему развозки продукции получателям, при которой суммарный пробег автотранспорта будет минимальным.

Исходная схема развозки готовой продукции включает в себя только маятниковые маршруты движения автотранспорта, при этом число таких маршрутов совпадает с количеством получателей-магазинов.

Суть метода Кларка-Райта заключается в том, чтобы, отталкиваясь от исходной схемы развозки, по шагам перейти к оптимальной схеме с кольцевыми маршрутами. С этой целью вводится такое понятие, как километровый выигрыш.

Обратимся к рис. 3.14, где отображены две схемы развозки.

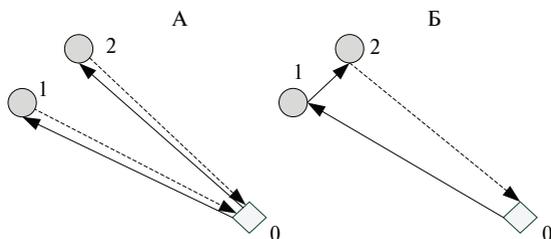


Рис. 3.14. Схемы развозки (А – радиальная, Б – кольцевая)

Схема развозки А обеспечивает доставку грузов в пункты 1 и 2 по радиальным маршрутам. В этом случае суммарный пробег автотранспорта равен:

$$L_A = d_{01} + d_{10} + d_{02} + d_{20} = 2d_{01} + 2d_{02}. \quad (3.26)$$

Схема развозки Б предполагает доставку грузов в пункты 1 и 2 по кольцевому маршруту. Тогда пробег автотранспорта составляет:

$$L_B = d_{01} + d_{12} + d_{02}. \quad (3.27)$$

Схема Б по показателю пробега автотранспорта дает лучший результат, чем схема А. И поэтому при переходе от схемы А к схеме Б получаем следующий километровый выигрыш:

$$s_{12} = L_A - L_B = d_{01} + d_{02} - d_{12}. \quad (3.28)$$

Тогда в общем случае имеем километровый выигрыш, который рассчитывается по формуле

$$s_{ij} = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij}, \quad (3.29)$$

где  $s_{ij}$  – километровый выигрыш, получаемый при объединении пунктов  $i$  и  $j$ , км;  $d_{0i}$ ,  $d_{0j}$  – расстояние между базой и пунктами  $i$  и  $j$  соответственно, км;  $d_{ij}$  – расстояние между пунктами  $i$  и  $j$ , км.

Расстояния между пунктами рассчитывают по формуле

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (3.30)$$

Полученные значения заносим в табл. 3.12, 3.13, где представлены расстояния между пунктами  $d_{ij}$  и километровые выигрыши  $s_{ij}$  соответственно.

Таблица 3.12

Матрица расстояний между пунктами, км

$i \backslash j$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0		4,12	4,24	2,24	2,83	5,00	5,10	4,12	2,24	3,16	3,61	4,12	3,61
1			1,41	3,00	6,00	8,06	9,06	8,54	6,71	7,07	5,39	3,00	8,06
2				2,24	5,10	7,00	8,25	8,06	6,40	7,21	6,08	4,12	7,81
3					3,00	5,10	6,08	5,83	4,24	5,39	5,10	4,24	5,66
4						2,24	3,16	3,61	3,00	5,10	6,40	6,71	4,12

$i \backslash j$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
5							2,24	4,00	4,47	6,71	8,49	8,94	5,10
6								2,24	3,61	5,66	8,06	9,22	3,61
7									2,00	3,61	6,32	8,00	1,41
8										2,24	4,47	6,00	1,41
9											3,00	5,39	2,24
10												2,83	5,10
11													7,07
12													

Таблица 3.13

## Матрица километровых выигрышей, км

$i \backslash j$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1			7,3	3,4	1,0	1,1	0,2	0	0	0,2	2,3	5,6	0
2				4,24	1,97	2,24	1,09	0,30	0,08	0,19	1,77	4,24	0,04
3					2,07	2,14	1,26	0,53	0,24	0,01	0,75	2,12	0,19
4						5,59	4,77	3,34	2,07	0,89	0,04	0,24	2,32
5							7,86	5,12	2,76	1,45	0,12	0,18	3,51
6								6,99	3,73	2,6	0,64	0	5,1
7									4,36	3,68	1,4	0,25	6,31
8										3,16	1,37	0,36	4,43
9											3,77	1,9	4,53
10												4,9	2,11
11													0,66
12													

Когда проведены необходимые подготовительные расчеты, приступим непосредственно к решению задачи в соответствии с алгоритмом Кларка-Райта.

*Шаг 1.* В таблице километровых выигрышей находим ячейку  $(i^*, j^*)$ , которая соответствует максимальному километровому выигрышу  $S_{\max}$ :

$$S_{\max} = \max_{i,j} s(i, j) = s(i^*, j^*). \quad (3.32)$$

При этом проверяется выполнение условий:

– пункты  $i^*$  и  $j^*$  не должны входить в состав одного и того же маршрута;

– пункты  $i^*$  и  $j^*$  должны являться начальным и/или конечным пунктом тех маршрутов, в состав которых они входят.

Если такую ячейку найти удалось, то переходим к шагу 2. В противном случае переход к шагу 5.

*Шаг 2.* Маршрут, в состав которого входит пункт  $i^*$ , обозначим как маршрут №1. Соответственно обозначим как маршрут № 2 маршрут, в состав которого входит пункт  $j^*$ . Введем следующие обозначения:

$N = \{1, 2, \dots, n\}$  – множество получателей;

$N_1(N_1 \subset N)$  – подмножество пунктов, входящих в состав маршрута 1;

$N_2(N_2 \subset N)$  – подмножество пунктов, входящих в состав маршрута 2.

Очевидно следующее:  $i^* \in N_1$ ,  $j^* \in N_2$  и  $N_1 \cap N_2 = \emptyset$  (согласно шагу 1, условие 1).

По маршрутам 1 и 2 рассчитаем суммарный объем поставок:

$$q_1 = \sum_{k \in N_1} q_k, \quad (3.33)$$

$$q_2 = \sum_{k \in N_2} q_k, \quad (3.34)$$

где  $q_k$  – объем спроса  $k$ -го пункта, паллет.

*Шаг 3.* Выполним проверку следующего условия:

$$q_1 + q_2 \leq c, \quad (3.35)$$

где  $c$  – заданная грузопместимость автомобиля, паллет.

Если условие выполняется, то переходим к следующему шагу 4, в противном случае – к шагу 5.

*Шаг 4.* Осуществляем объединение маршрутов 1 и 2 в один общий кольцевой маршрут. Зададим, что пункт  $j^*$  – начальный пункт маршрута 2, пункт  $i^*$  – конечный пункт маршрута 1. При этом при объединении маршрутов должны выполняться условия:

– пункт  $i^*$  связывается с пунктом  $j^*$ ;

– порядок расположения пунктов на маршруте 1 от начала и до пункта  $i^*$  не изменяется;

– последовательность расположения пунктов на маршруте 2 от пункта  $j^*$  и до конца не меняется.

*Шаг 5.* Повторяем шаги алгоритма 1-4 до тех пор, пока при очередном повторении не удастся найти максимальный километровый

выигрыш ( $S_{\max}$ ), который будет удовлетворять условиям шага 1 алгоритма.

*Шаг 6.* Рассчитываем суммарный пробег автотранспорта.

Рассмотрим алгоритм Кларка-Райта применительно к нашей задаче. Все последовательные итерации решения задачи представлены в табл. 3.14.

Таблица 3.14

**Решение задачи развоза груза потребителям методом Кларка-Райта**

№ итерации	Шаг 1					Шаг 2		Шаг 3	Шаг 4	
	$i^*$	$j^*$	$S_{\max}$	Условия		$q_1$	$q_2$	$q_1+q_2 \leq c$	№ маршрута	Маршрут
				1	2					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	5	6	7,86	+	+	15	16	+	1	0-5-6-0
2	1	2	7,3	+	+	45	40	+	2	0-1-2-0
3	6	7	6,99	+	+	31	25	+	1	0-5-6-7-0
4	7	12	6,31	+	+	56	45	-		
5	1	11	5,6	+	+	85	42	-		
6	4	5	5,59	+	+	25	56	+	1	0-4-5-6-7-0
7	5	7	5,12	-	-					
8	6	12	5,1	+	-					
9	10	11	4,9	+	+	30	42	+	3	0-10-11-0
10	4	6	4,77	-	-					
11	9	12	4,53	+	+	35	45	+	4	0-9-12-0
12	8	12	4,43	+	+	7	80	+	4	0-9-12-8-0
13	7	8	4,36	+	+	81	87	-		
14	2	3	4,24	+	+	85	5	+	2	0-1-2-3-0

Пояснения к таблице 3.14

Столбец 1 – номер итерации алгоритма.

Столбцы 2, 3 – номера пунктов  $i^*$  и  $j^*$ , которые указывают на ячейку с максимальным километровым выигрышем  $S_{\max} = s(i^*, j^*)$ , найденную в результате просмотра таблицы километровых выигрышей (см. табл. 3.11).

Столбец 4 – найденное значение  $S_{\max}$ .

Столбцы 5, 6 – результаты проверки условий шага 1: “+” – условие выполняется, “-” – не выполняется.

Столбцы 7, 8 – объем перевозок по маршруту 1, в состав которого входит пункт  $i^*$  ( $q_1$ ), и маршруту 2, в состав которого входит пункт  $j^*$  ( $q_2$ ).

Столбец 9 – проверка на условие  $q_1 + q_2 \leq c$ , где  $c$  – грузоподъемность транспортного средства, паллет: “+” – условие выполняется, объем перевозки не превышает вместимости транспортного средства “-” – условие не выполняется, объем перевозки превышает грузоподъемность.

Столбец 10 – порядковый номер созданного кольцевого маршрута.

Столбец 11 – структура движения транспорта по кольцевому маршруту, образовавшемуся на данной итерации.

В ходе поиска оптимальной схемы развоза груза потребителям проведено 14 итераций. Дальнейшие итерации не имеют смысла, так как все пункты уже включены в маршрутную сеть.

Схема маршрутов, полученная в результате решения задачи, представлена на рис. 3.15.

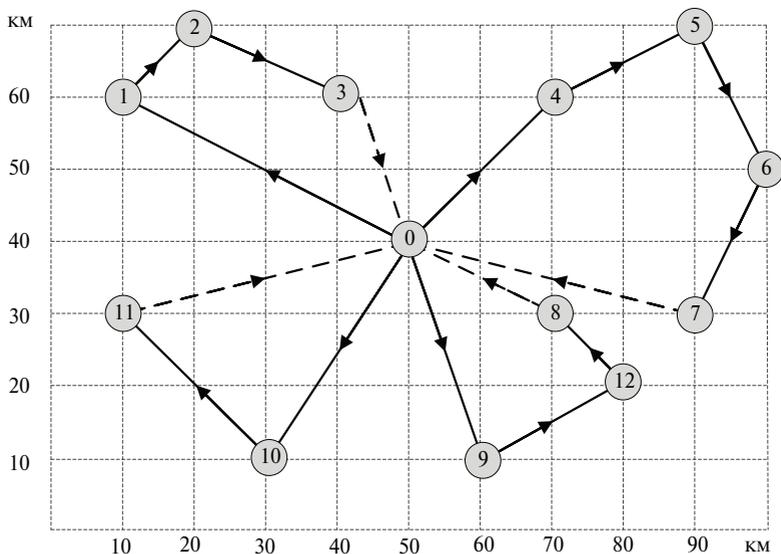


Рис. 3.15. Оптимальная схема развоза груза

Как видно на рис. 3.15, новая полученная в результате оптимизации схема развоза включает в себя четыре кольцевых маршрута, вместо исходных двенадцати маятниковых.

Суммарный пробег автомобилей на маршрутах определим по следующей формуле:

$$L = \sum_{i=1}^r L_i, \quad (3.36)$$

где  $L_i$  – протяженность  $i$ -го маршрута, км;  $r$  – количество маршрутов.

Результат расчета длины маршрутов представлен в табл. 3.15.

Таблица 3.15

**Результаты решения задачи развоза груза**

№ маршрута	Маршрут	Пробег транспорта, км	Объем поставки, паллет
1	0-4-5-6-7-0	13,66	81
2	0-1-2-3-0	10,36	90
3	0-10-11-0	10,73	72
4	0-9-12-8-0	9,05	87
Итого		43,80	330

Итак, общий пробег транспорта на полученной оптимальной схеме маршрутной сети составил 43,8 км против 89,5 км при маятниковом движении транспорта.

Таким образом, алгоритм Кларка-Райта позволяет решать задачу оптимизации грузопотоков в сфере распределения продукции с учетом эффективной загрузки транспортных средств.

Еще один популярный метод решения данной задачи носит название метод «дворника-стеклоочистителя» (алгоритм Свира). Суть алгоритма Свира заключается в том, что полярная ось, т. е. луч, исходящий из точки 0 и направленный на потребителя (см. рис. 3.13), подобно щетке дворника-стеклоочистителя, начинает постепенно вращаться против часовой стрелки, «стирая» при этом с координатного поля изображенных на нем потребителей материального потока. Как только сумма заказов «стертых» точек достигнет вместимости транспортного средства, фиксируется сектор, обслуживаемый одним кольцевым маршрутом, и намечается путь объезда потребителей. Путь объезда в рамках сектора при условии малого числа пун-

ктов формируется методом полного перебора или другими известными методами решения задачи коммивояжера. Данный метод менее эффективен с точки зрения поиска оптимального решения, по сравнению с алгоритмом Кларка-Райта, однако требует меньших трудозатрат.

## Глава 4. Методы моделирования в логистике

Модель представляет собой упрощенное представление реального объекта и протекающих в нем процессов. Моделирование основывается на подобии систем или процессов, которое может быть полным или частичным. Основная цель моделирования — прогноз поведения процесса или системы. Ключевой вопрос моделирования — «Что будет, если ...».

В логистике широко применяются методы математического моделирования: аналитическое и имитационное. Аналитическое моделирование предполагает изучение численно-математических моделей реального объекта в виде алгебраических, дифференциальных и других уравнений и предусматривает осуществление однозначной вычислительной процедуры, приводящей к их точному решению.

Имитационное моделирование — такое моделирование, при котором исследуются математические модели в виде алгоритмов, воспроизводящих функционирование исследуемой системы путем последовательного выполнения большого количества логически увязанных элементарных операций. Имитационное моделирование включает в себя два основных процесса: первый — конструирование модели реальной системы, второй — постановка экспериментов на этой модели. При этом могут преследоваться следующие цели:

- понять поведение логистической системы;
- выбрать стратегию, обеспечивающую наиболее эффективное функционирование логистической системы.

В логистических исследованиях широкое распространение получили методы моделирования систем управления запасами.

Для обеспечения эффективной и непрерывной работы практически любому предприятию требуется создание запасов. Управление запасами предполагает решение таких задач, как определение сроков и размеров заказа, расчет затрат на управление запасами, прогнозирование расхода и пополнения запасов, формулировку ограничений. Совокупность правил, по которым принимаются данные решения, называется системой управления запасами. Любая система управле-

ния запасами должна отвечать на два вопроса: в каком объеме заказывать продукцию для пополнения запаса и когда осуществлять заказ.

В настоящее время разработано и используется на практике множество систем управления запасами, некоторые из них универсальны и используются для управления запасами широкой номенклатуры продукции, другие ориентированы на специфические характеристики запаса или особенности логистических операций на предприятии. В данном пособии мы рассмотрим четыре классических подхода к моделированию систем управления запасами:

- 1) система управления запасами с фиксированным размером заказа;
- 2) система управления запасами с фиксированным интервалом времени между заказами;
- 3) система управления запасами с установленной периодичностью пополнения запасов до постоянного уровня;
- 4) система «минимум-максимум».

Выбор системы управления запасами определяются следующими факторами:

- 1) стабильность потребления запаса;
- 2) предсказуемость потребления запаса;
- 3) издержки содержания запаса;
- 4) издержки выполнения заказа;
- 5) издержки, связанные с дефицитом;
- 6) параметры поставок.

## **4.1. Моделирование системы управления запасами с фиксированным размером заказа**

В системе с фиксированным размером заказа основополагающий параметр – размер заказа, который не меняется ни при каких условиях работы системы. В связи с этим определение размера заказа является первоочередной задачей. Критерием оптимизации размера заказа должны быть совокупные затраты на хранение запасов и повторение заказа. Величина заказа может рассчитываться на основе классической формулы Уилсона или ее модификаций (см. п. 3.1 – 3.2). При расчете размера заказа также важно учесть вместимость транспортных средств, оптовые скидки, транспортные затраты.

Исходными данными для расчета параметров системы с фиксированным размером заказа являются:

- плановая потребность в товарах на определенный период времени;
- размер одного заказа;
- время поставки, дни;
- возможная отсрочка поставки, дни.

Расчетными параметрами системы являются:

- гарантийный запас – это запас, который позволяет обеспечить потребность на время предполагаемого сбоя в поставках;
- пороговый уровень запаса или точка возобновления заказа (от англ. *Reorder point – ROP*) определяет уровень запаса, при достижении которого производится очередной заказ;
- максимально желательный запас определяется для контроля и поддержания целесообразной загрузки площадей с точки зрения минимизации совокупных затрат.

Сущность данной системы управления запасами в следующем: очередной заказ на пополнение запаса размещается в тот момент, когда запас на складе достигает порогового уровня. Такая система предполагает непрерывный контроль за состоянием запасов, позволяет избежать завышения уровня запаса или возникновения дефицита. В связи с этим, она в большей степени подходит для управления дорогостоящими запасами, приносящими предприятию большую прибыль, то есть, согласно ABC-классификации, для товаров группы «А» (см. гл. 2).

Основные параметры и формулы для расчета параметров системы приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

**Параметры системы управления запасами  
с фиксированным размером заказа**

Параметры	Условные обозначения	Порядок расчета
Плановая потребность, ед.	$Q$	–
Размер заказа, ед.	$S$	–
Время поставки, дн.	$t_{\text{путь}}$	–
Время запаздывания поставки, дн.	$t_{\text{сбой}}$	–
Число рабочих дней в плановом периоде, дн.	$N$	–
Ожидаемое дневное потребление, ед./день	$q_{\text{дн}}$	$\frac{Q}{N}$
Срок расходования заказа, дн.	$t_{\text{расх}}$	$\frac{S}{q_{\text{дн}}}$

Параметры	Условные обозначения	Порядок расчета
Ожидаемое потребление за время поставки, ед.	$q_{\text{пост}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{путь}}$
Максимальное потребление за время поставки, ед.	$q_{\text{max}}$	$q_{\text{дн}} \cdot (t_{\text{путь}} + t_{\text{сбой}})$
Гарантийный запас, ед.	$Q_{\text{гарант}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{сбой}}$
Пороговый уровень запаса, ед.	$Q_{\text{порог}}$	$q_{\text{дн}} \cdot (t_{\text{путь}} + t_{\text{сбой}})$
Максимально желательный запас, ед.	$Q_{\text{max}}$	$Q_{\text{гарант}} + S$

Рассмотрим примеры моделирования систем управления запасами с фиксированным размером заказа.

#### Пример 4.1

Промышленному предприятию для обеспечения производственного процесса требуется 500 тонн листового металла в год. На основе анализа затрат на управление запасами был определен оптимальный размер заказа — 30 тонн. Время доставки металла от поставщика составляет 10 дней, возможное максимальное запаздывание поставки — 3 дня. Предприятие работает непрерывно. Сформируем модель управления запасами листового металла с фиксированным размером заказа.

Расчет параметров системы управления запасами с фиксированным размером заказа приведен в табл. 4.2.

Таблица 4.2

#### Расчет параметров системы управления запасами с фиксированным размером заказа для промышленного предприятия

Параметры	Условные обозначения	Порядок расчета	Значения
Потребность, т	$Q$	—	500
Оптимальный размер заказа, т	$S$	—	30
Время поставки, дн.	$t_{\text{путь}}$	—	10
Время запаздывания поставки, дн.	$t_{\text{сбой}}$	—	3

Параметры	Условные обозначения	Порядок расчета	Значения
Число рабочих дней, дн.	$N$	—	365
Ожидаемое дневное потребление, т/день	$q_{\text{дн}}$	$\frac{Q}{N}$	$\frac{500}{365} = 1,37$
Срок расходования заказа, дн.	$t_{\text{расх}}$	$\frac{S}{q_{\text{дн}}}$	$\frac{30}{1,37} = 22$
Ожидаемое потребление за время поставки, т	$q_{\text{пост}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{путь}}$	$1,37 \cdot 10 = 13,69$
Максимальное потребление за время поставки, т	$q_{\text{мах}}$	$q_{\text{дн}} \cdot (t_{\text{путь}} + t_{\text{сбой}})$	$1,37 \cdot (10 + 3) = 17,81$
Гарантийный запас, т	$Q_{\text{гарант}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{сбой}}$	$1,37 \cdot 3 = 4,11$
Пороговый уровень запаса, т	$Q_{\text{порог}}$	$q_{\text{дн}} \cdot (t_{\text{путь}} + t_{\text{сбой}})$	$1,37 \cdot (10 + 3) = 17,81$
Максимально желательный запас, т	$Q_{\text{мах}}$	$Q_{\text{гарант}} + S$	$4,11 + 30 = 34,11$

Построение графика расходования и пополнения запасов выполняется по следующему алгоритму:

1) строят систему координат «объем запаса, т – время, дн.». Величину запаса откладывают по оси ординат, время – по оси абсцисс;

2) на графике обозначают рассчитанные уровни запасов: гарантийный запас, пороговый запас, максимально желательный запас;

3) построение графика начинают с нулевой отметки на шкале времени, предполагая, что уровень запаса в данной точке равен максимально желательному;

4) находят срок расходования запаса до порогового уровня (то есть дату осуществления первого заказа) по формуле

$$t_{\text{порог}}^1 = \frac{(Q_{\text{мах}}^1 - Q_{\text{порог}})}{q_{\text{дн}}}, \quad (4.1)$$

в нашем случае

$$t_{\text{порог}}^1 = \frac{(34,11 - 17,81)}{1,37} = 12 \text{ дней,}$$

расчетная величина  $t_{\text{порог}}^1$  округляется до целых суток;

5) находят и отмечают на графике объем запаса на складе на момент осуществления заказа:

$$Q_{\text{зак}}^1 = Q_{\text{max}}^1 - t_{\text{порог}}^1 q_{\text{дн}} = 34,11 - 12 \cdot 1,37 = 17,67 \text{ тонн};$$

6) находят и отмечают на графике дату поставки и объем заказа на складе на момент поставки:

$$t_{\text{пост}}^1 = t_{\text{порог}}^1 + t_{\text{путь}} = 12 + 10 = 22 \text{ дня},$$

$$Q_{\text{пост}}^1 = Q_{\text{зак}}^1 - q_{\text{пост}} = 17,67 - 13,69 = 3,97 \text{ тонн};$$

7) производят пополнение запаса на размер заказываемой партии:

$$Q_{\text{max}}^2 = Q_{\text{пост}}^1 + S = 3,97 + 30 = 33,97 \text{ тонн};$$

8) этапы алгоритма 4–7 повторяют необходимое количество раз для охвата горизонта планирования.

График системы управления запасами с фиксированным размером заказа представлен на рис. 4.1.

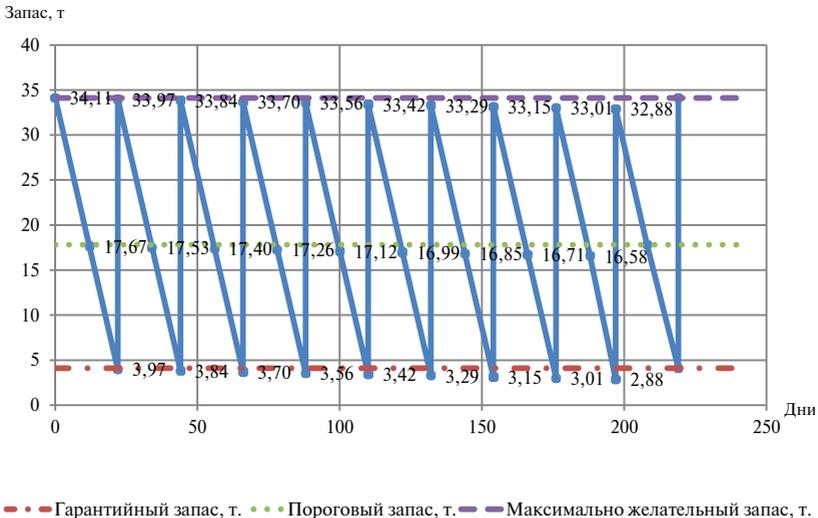


Рис. 4.1. Система управления запасами с фиксированным размером заказа при отсутствии сбоев в поставках

При моделировании системы управления запасами с однократным сбоем предполагается, что поставка единожды задерживается на величину  $t_{\text{сбой}}$  (три дня), то есть пополнение запаса происходит не на 22-й день, как планировалось, а на 25-й. В этом случае на складе возникает дефицит запаса в размере:

$3,97 - 3 \cdot 1,37 = -0,14$  т. А запас пополняется от нулевой отметки до уровня 30 т. Очередной заказ оформляется через  $t_{\text{порог}}^2 = \frac{(30 - 17,81)}{1,37} = 9$  дней

после поставки, то есть на 34-й день периода. Поставка осуществляется вовремя на 44-й день и пополняет запас до 33,97 т, что близко к максимально желательному уровню, таким образом, система управления запасами стабилизируется (рис. 4.2).

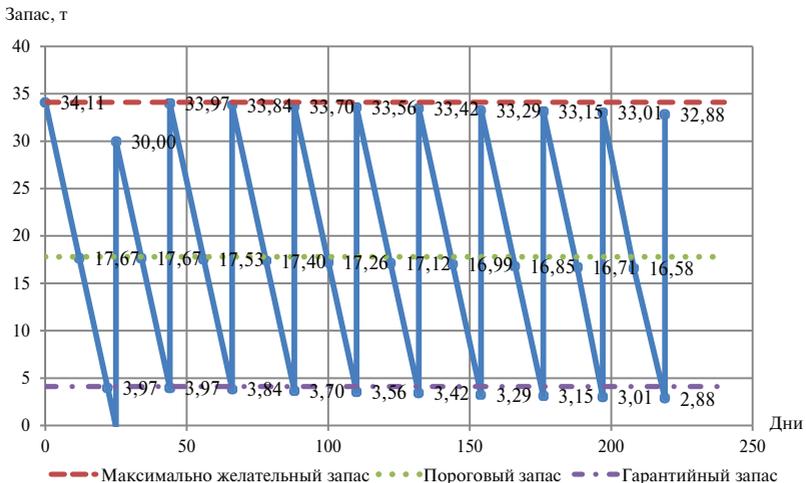


Рис. 4.2. Система управления запасами с фиксированным размером заказа при однократном сбое в поставке

График расходования и пополнения запасов при условии множественных сбоев в поставках приведен на рис. 4.3.

При многократных сбоях в поставках после первого запаздывания уровень запаса снижается до 0, а дефицит составляет 0,14 т. Прибывшая с опозданием поставка пополняет уровень запаса до 30 т, после которой заказ осуществляется на 34-й день. Все последующие запаздывания поставки аналогичны. Таким образом, многократные сбои

в поставках приводят к регулярному снижению запасов до нулевого уровня, дефицит при этом остается одинаковым.

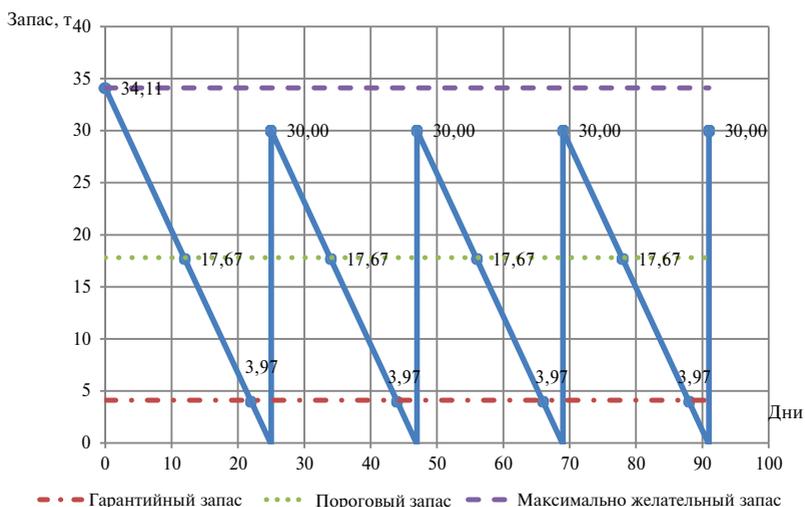


Рис. 4.3. Система управления запасами с фиксированным размером заказа при многократных сбоях в поставках

### Пример 4.2

Региональный дистрибьютер реализует однотипное оборудование со склада, имеется двухнедельный план отгрузки согласно заключенным договорам (табл. 4.3). Срок поставки оборудования с центрального склада — 3 дня, возможная отсрочка поставки — 1 день. Оптимальный размер заказа составляет 30 единиц оборудования. Склад не принимает и не отгружает продукцию в выходные дни. Сформируем модель управления запасами с фиксированным размером заказа.

Таблица 4.3

План отгрузки продукции с регионального склада

День недели	Объем отгрузки, ед.	
	1 неделя	2 неделя
Понедельник	5	7
Вторник	8	8

Окончание табл. 4.3

День недели	Объем отгрузки, ед.	
	1 неделя	2 неделя
Среда	11	10
Четверг	9	8
Пятница	8	6

Для приведенных данных рассчитаем параметры системы управления запасами (табл. 4.4).

Таблица 4.4

**Расчет параметров системы управления запасами  
с фиксированным размером заказа для регионального склада**

Параметры	Условные обозначения	Порядок расчета	Значения
Потребность, ед.	$Q$	—	80
Оптимальный размер заказа, ед.	$S$	—	30
Время поставки, дн.	$t_{\text{путь}}$	—	3
Время запаздывания поставки, дн.	$t_{\text{сбой}}$	—	1
Ожидаемое дневное потребление, ед./день	$q_{\text{дн}}$	$\frac{Q}{N}$	$\frac{80}{10} = 8$
Срок расходования заказа, дн.	$t_{\text{расх}}$	$\frac{S}{q_{\text{дн}}}$	$\frac{30}{8} \approx 4$
Ожидаемое потребление за время поставки, т	$q_{\text{пост}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{путь}}$	$8 \cdot 3 = 24$
Максимальное потребление за время поставки, т	$q_{\text{max}}$	$q_{\text{дн}} \cdot (t_{\text{путь}} + t_{\text{сбой}})$	$8 \cdot (3 + 1) = 32$
Гарантийный запас, т	$Q_{\text{гарант}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{сбой}}$	$8 \cdot 1 = 8$
Пороговый уровень запаса, т	$Q_{\text{порог}}$	$q_{\text{дн}} \cdot (t_{\text{путь}} + t_{\text{сбой}})$	$8 \cdot (3 + 1) = 32$
Максимально желательный запас, т	$Q_{\text{max}}$	$Q_{\text{гарант}} + S$	$8 + 30 = 38$

Отличительной особенностью задачи является то, что дневное потребление продукции не является фиксированной величиной, а сформировано исходя из заказов клиентов склада, что часто соответствует действительности. Кроме того, заданы ограничения на график работы склада. В этих условиях график системы управления запасами может отличаться от классической формы, тем не менее принцип формирования модели не изменяется. Такого рода задачи удобно решать с использованием табличного алгоритма (табл. 4.5).

Таблица 4.5

**Расчет текущего складского запаса в модели управления запасами с фиксированным размером заказа для регионального склада**

Дата	День недели	Расход запаса	Текущий запас	Комментарий
1	пн	5	$38 - 5 = 33$	
2	вт	8	$33 - 8 = 25$	Запас ниже порогового уровня, осуществляется заказ № 1
3	ср	11	$25 - 11 = 14$	
4	чт	9	$14 - 9 = 5$	
5	пт	8	$5 - 8 + 30 = 27$	Осуществляется поставка № 1 Запас ниже порогового уровня, осуществляется заказ № 2
6	сб	0	27	
7	вс	0	27	
8	пн	7	$27 - 7 + 30 = 50$	Осуществляется поставка № 2
9	вт	8	$50 - 8 = 42$	
10	ср	10	$42 - 10 = 32$	Запас равен пороговому уровню, осуществляется заказ № 3
11	чт	8	$32 - 8 = 24$	
12	пт	6	$24 - 6 = 18$	
13	сб	0	18	Поставка не может быть совершена в выходной день, откладывается на ближайший рабочий день
14	вс	0	18	
15	пн	0	$18 + 30 = 48$	
Итого		80		

Графическое изображение регулирования уровня запасов для данного примера приведено на рис. 4.4.

Формирование подобного рода системы управления запасами с фиксированным размером заказа в условиях нестабильного спроса

возможно с использованием предложенного табличного алгоритма, но только для случаев, когда наблюдаются небольшие колебания в расходовании запасов (т. е. запасы относятся к группе «Х» согласно XYZ-классификации (см. гл. 3)). В условиях значительного колебания спроса следует применять модель управления запасами с установленной периодичностью пополнения запасов до постоянного уровня или систему «минимум-максимум».

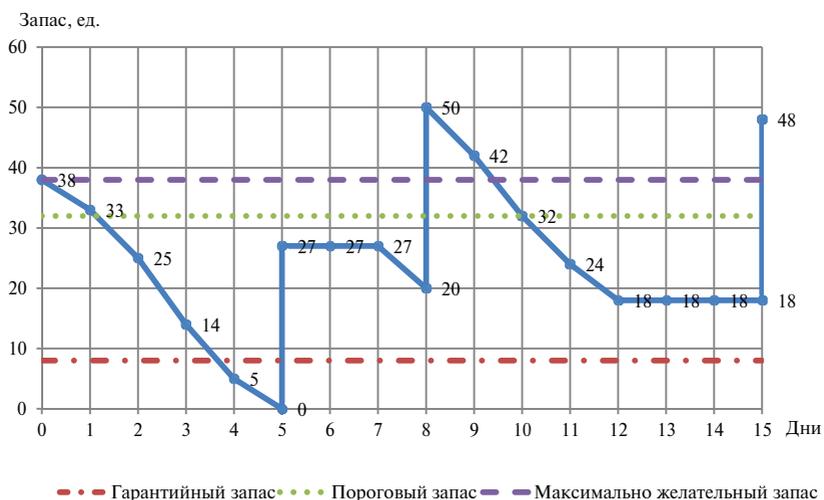


Рис. 4.4. Система управления запасами с фиксированным размером заказа в условиях нестабильного спроса

## 4.2. Моделирование системы управления запасами с фиксированным интервалом времени между заказами

В системе с фиксированным интервалом времени между заказами заказы делаются в строго определенные моменты времени, которые отстоят друг от друга на равные интервалы. Определить интервал времени между заказами можно с учетом оптимального размера заказа, а также исходя из графика работы предприятия, сроков выполнения заказов, транспортных издержек и др.

При известном оптимальном размере заказа ( $S$ ) и плановой годовой потребности в продукции ( $Q$ ) интервал времени между заказами определяют по формуле

$$T_{\text{зак}} = \frac{S}{Q} \cdot 365. \quad (4.2)$$

Исходными данными для расчета параметров системы с фиксированным интервалом времени между заказами являются:

- потребность в товарах за период;
- интервал времени между заказами, дни;
- время поставки, дни;
- возможная отсрочка поставки, дни.

Расчетными параметрами системы являются:

- гарантийный запас;
- максимально желательный запас;
- размер заказа.

Параметры системы управления запасами с фиксированным интервалом времени между заказами и формулы их расчета приведены в табл. 4.6.

Таблица 4.6

**Параметры системы управления запасами с фиксированным интервалом времени между заказами**

Параметры	Условные обозначения	Порядок расчета
Потребность, т	$Q$	–
Интервал времени между заказами, дн.	$T_{\text{зак}}$	–
Время поставки, дн.	$t_{\text{путь}}$	–
Время запаздывания поставки, дн.	$t_{\text{сбой}}$	–
Число рабочих дней в плановом периоде, дн.	$N$	–
Ожидаемое дневное потребление, т/день	$q_{\text{дн}}$	$\frac{Q}{N}$
Ожидаемое потребление за время поставки, т	$q_{\text{пост}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{путь}}$
Максимальное потребление за время поставки, т	$q_{\text{max}}$	$q_{\text{дн}} \cdot (t_{\text{путь}} + t_{\text{сбой}})$
Гарантийный запас, т	$Q_{\text{гарант}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{сбой}}$
Максимально желательный запас, т	$Q_{\text{max}}$	$Q_{\text{гарант}} + T_{\text{зак}} \cdot q_{\text{дн}}$

Размер заказа в данной системе не фиксирован, он рассчитывается каждый раз в момент осуществления заказа таким образом, чтобы поставка пополнила запас до максимально желательного уровня по формуле

$$R = Q_{\text{макс}} - Q_{\text{зак}} + q_{\text{пост}}, \quad (4.3)$$

где  $Q_{\text{зак}}$  – размер текущего запаса на момент осуществления заказа с учетом запасов в пути.

Рассмотрим примеры моделирования таких систем управления запасами.

На основе данных примера 1 (см. п. 4.1) сформируем систему управления запасами с фиксированным интервалом времени между заказами. Интервал времени между заказами рассчитаем по формуле (4.2)

$$T_{\text{зак}} = \frac{30}{500} \cdot 365 \approx 22 \text{ дня.}$$

Параметры системы рассчитаны в табл. 4.7.

Таблица 4.7

**Расчет параметров системы управления запасами с фиксированным интервалом времени между заказами для промышленного предприятия**

Параметры	Условные обозначения	Порядок расчета	Значение
Потребность, т	$Q$	–	500
Интервал времени между заказами, дн.	$T_{\text{зак}}$	–	22
Время поставки, дн.	$t_{\text{путь}}$	–	10
Время запаздывания поставки, дн.	$t_{\text{сбой}}$	–	3
Число рабочих дней в плановом периоде, дн.	$N$	–	365
Ожидаемое дневное потребление, т /день	$q_{\text{дн}}$	$\frac{Q}{N}$	$\frac{500}{365} = 1,37$
Ожидаемое потребление за время поставки, т	$q_{\text{пост}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{путь}}$	$1,37 \cdot 10 = 13,69$
Максимальное потребление за время поставки, т	$q_{\text{макс}}$	$q_{\text{дн}} \cdot (t_{\text{путь}} + t_{\text{сбой}})$	$1,37 \cdot (10 + 3) = 17,81$

Параметры	Условные обозначения	Порядок расчета	Значение
Гарантийный запас, т	$Q_{\text{гарант}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{сбой}}$	$1,37 \cdot 3 = 4,11$
Максимально желательный запас, т	$Q_{\text{max}}$	$Q_{\text{гарант}} + T_{\text{зак}} \cdot q_{\text{дн}}$	$4,11 + 22 \cdot 1,37 = 34,25$

Построение графика расходования и пополнения запасов выполняется по следующему алгоритму:

1) строят систему координат «объем запаса, т – время, дн.». Величину запаса откладывают по оси ординат, время – по оси абсцисс;

2) на графике обозначают рассчитанные уровни запасов: гарантийный запас, максимально желательный запас, а также даты осуществления заказов. Если иное не оговорено условиями задачи, дата первого заказа определяется как:  $t_{\text{зак}}^1 = T_{\text{зак}} - t_{\text{путь}}$ . В нашем случае:  $t_{\text{зак}}^1 = 22 - 10 = 12$  день. Последующие заказы осуществляются через равные интервалы времени, равные  $T_{\text{зак}}$  (22 дня);

3) построение графика начинают с нулевой отметки на шкале времени, предполагая, что уровень запаса в данной точке равен максимально желательному;

4) находят и отмечают на графике объем запаса на складе на момент осуществления заказа:

$$Q_{\text{зак}}^1 = Q_{\text{max}} - t_{\text{зак}}^1 \cdot q_{\text{дн}} = 34,25 - 12 \cdot 1,37 = 17,81 \text{ тонн};$$

5) определяют размер заказа:

$$R^1 = Q_{\text{max}}^1 - Q_{\text{зак}}^1 + q_{\text{пост}} = 34,25 - 17,81 + 13,7 = 30,14 \text{ тонн};$$

6) находят и отмечают на графике дату поставки и объем заказа на складе на момент поставки:

$$t_{\text{пост}}^1 = t_{\text{зак}}^1 + t_{\text{путь}} = 12 + 10 = 22 \text{ дня},$$

$$Q_{\text{пост}}^1 = Q_{\text{зак}}^1 - q_{\text{пост}} = 17,81 - 13,69 = 4,11 \text{ тонн};$$

7) производят пополнение запаса на размер заказываемой партии:

$$Q_{\text{max}}^2 = Q_{\text{пост}}^1 + R^1 = 4,11 + 30,14 = 34,25 \text{ тонн};$$

8) этапы алгоритма 4–7 повторяют необходимое число раз для охвата горизонта планирования.

График системы управления запасами с фиксированным размером заказа представлен на рис. 4.5.

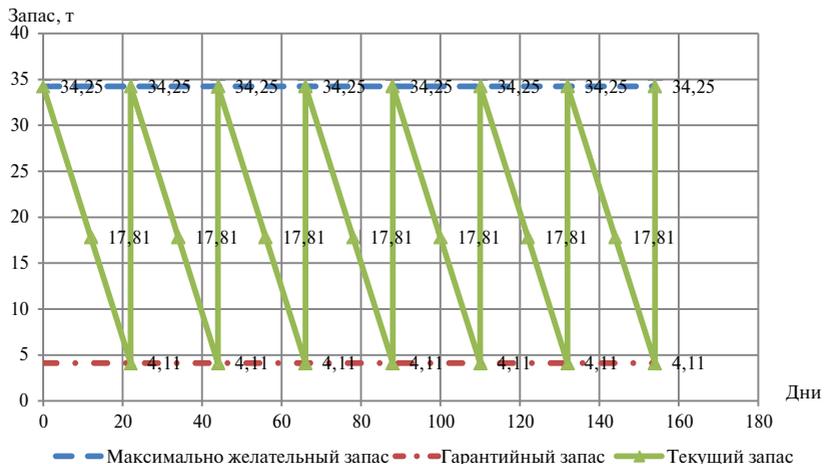


Рис. 4.5. Система управления запасами с фиксированным интервалом между заказами при отсутствии сбоев в поставках

При моделировании системы управления запасами с однократным сбоем предполагается, что поставка единожды задерживается на величину  $t_{\text{сбой}}$  (три дня), то есть пополнение запаса происходит не на 22-й день, как планировалось, а на 25-й. В этом случае уровень запаса снижается до нуля. А запас пополняется до 30,14 тонн. Очередной заказ оформляется на 34-й день периода. Вторая поставка осуществляется вовремя на 44-й день и пополняет запас до 34,25 тонн, что соответствует максимально желательному уровню, таким образом, система управления запасами стабилизируется (рис. 4.6).

Графическое изображение расходования и пополнения запасов при условии множественных сбоев в поставках приведено на рис. 4.7.

При многократных сбоях в поставках после первого запаздывания уровень запаса снижается до нуля. Прибывшая с опозданием поставка пополняет уровень запаса до 30,14 тонн, после этого заказ осуществляется на 34-й день. Все последующие запаздывания поставки повторяют данную ситуацию. Таким образом, многократные сбои в поставках приводят к регулярному снижению запасов до нулевого уровня.

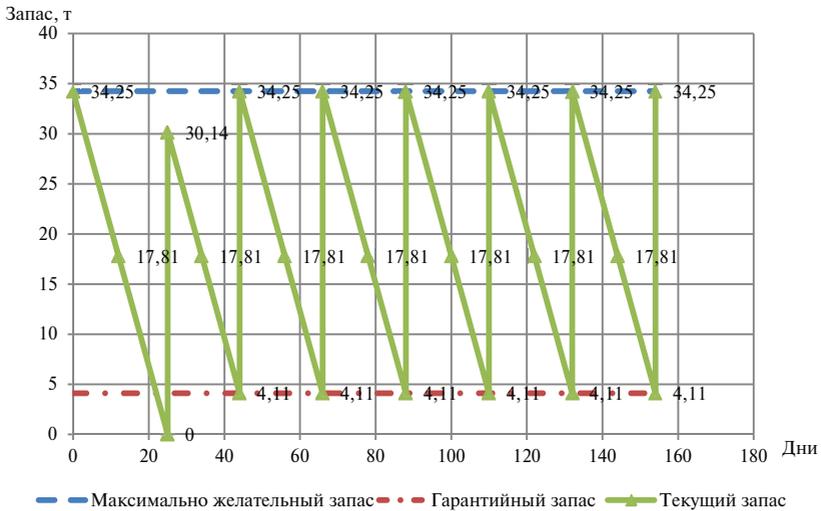


Рис. 4.6. Система управления запасами с фиксированным интервалом между заказами при однократном сбое в поставках

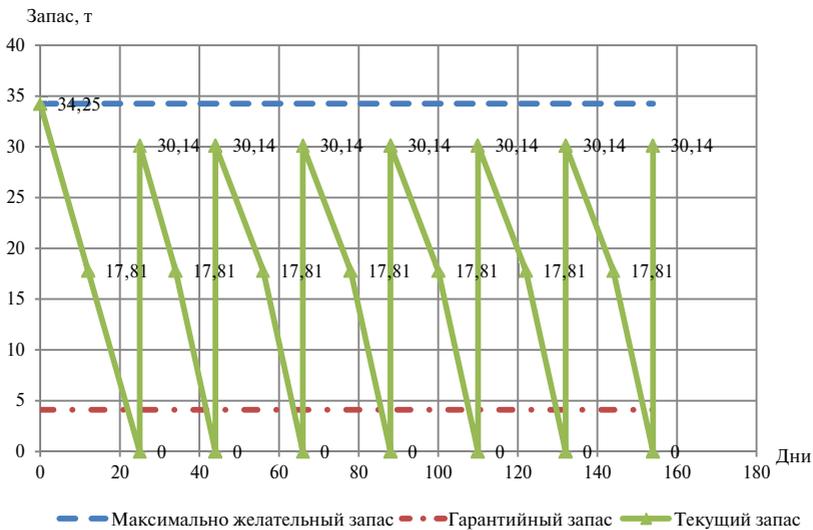


Рис. 4.7. Система управления запасами с фиксированным интервалом между заказами при многократных сбоях в поставках

Рассмотрим пример регулирования уровня запаса в системе с фиксированным размером заказа для случая нестабильных поставок. Воспользуемся данными примера 4.2 (см. п. 4.1), а также примем в качестве исходного положения, что региональный склад осуществляет заказы по графику каждый понедельник и четверг, в этом случае максимальный интервал между заказами составляет 4 дня.

Рассчитаем параметры системы управления запасами (табл. 4.8).

Таблица 4.8

**Расчет параметров системы управления запасами  
с фиксированным интервалом времени между заказами  
для регионального склада**

Параметры	Условные обозначения	Порядок расчета	Значение
Потребность, ед.	$Q$	—	80
Интервал времени между заказами, дн.	$T_{\text{зак}}$	—	4
Время поставки, дн.	$t_{\text{путь}}$	—	3
Время запаздывания поставки, дн.	$t_{\text{сбой}}$	—	1
Число рабочих дней в плановом периоде, дн.	$N$	—	10
Ожидаемое дневное потребление, ед./день	$q_{\text{дн}}$	$\frac{Q}{N}$	$\frac{80}{10} = 8$
Ожидаемое потребление за время поставки, ед.	$q_{\text{пост}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{путь}}$	$8 \cdot 3 = 24$
Максимальное потребление за время поставки, ед.	$q_{\text{max}}$	$q_{\text{дн}} \cdot (t_{\text{путь}} + t_{\text{сбой}})$	$8 \cdot (3 + 1) = 32$
Гарантийный запас, ед.	$Q_{\text{гарант}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{сбой}}$	$8 \cdot 1 = 8$
Максимально желательный запас, ед.	$Q_{\text{max}}$	$Q_{\text{гарант}} + T_{\text{зак}} \cdot q_{\text{дн}}$	$8 + 4 \cdot 8 = 40$

Расчет текущего уровня запаса в данной модели проведен в табл. 4.9.

Таблица 4.9

**Расчет текущего складского запаса в модели управления запасами  
с фиксированным интервалом времени между заказами  
для регионального склада**

Дата	День недели	Расход запаса	Текущий запас	Комментарий
1	пн	5	$40 - 5 = 35$	Плановый заказ № 1 Размер заказа = $40 - 35 + 24 = 29$
2	вт	8	$35 - 8 = 27$	
3	ср	11	$27 - 11 = 16$	
4	чт	9	$16 - 9 = 7 + 29 = 36$	Поставка № 1 Плановый заказ № 2 Размер заказа = $40 - 36 + 24 = 28$
5	пт	8	$36 - 8 = 28$	
6	сб	0	28	
7	вс	0	28	
8	пн	7	$28 - 7 = 21 + 28 = 49$	Поставка № 2 Плановый заказ № 3 Размер заказа = $40 - 49 + 24 = 15$
9	вт	8	$49 - 8 = 41$	
10	ср	10	$41 - 10 = 31$	
11	чт	8	$31 - 8 = 23 + 15 = 38$	Поставка № 3 Плановый заказ № 4 Размер заказа = $40 - 38 + 24 = 26$
12	пт	6	$38 - 6 = 32$	
13	сб	0	32	
14	вс	0	32	
15	пн		$32 + 26 = 58$	Поставка № 3
Итого		80		

График пополнения и расходования запаса регионального склада в условиях нестабильного спроса приведен на рис. 4.8.

Преимущество системы управления запасами с фиксированным интервалом времени между заказами – относительная простота управления, так как тщательный ежедневный контроль состояния запаса не требуется, заказы и поставки осуществляются в строго определенные моменты времени, поэтому их проще планировать. В связи с этим данную модель рекомендуют использовать для управления широкой номенклатурой запасов невысокого приоритета (т. е. группа «С» согласно

ABC-классификации). Данная система нормально работает в условиях стабильного спроса или при небольших колебаниях величины отгрузки и потому подходит для категории запасов «X» по XYZ-классификации.

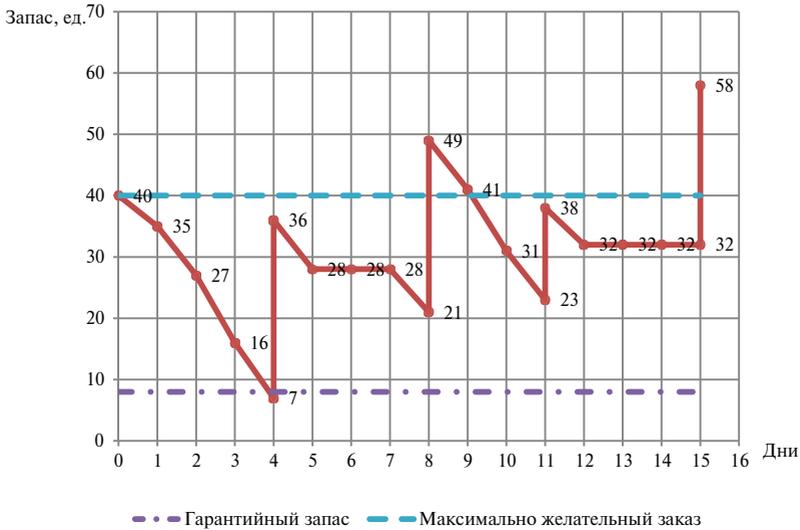


Рис. 4.8. Система управления запасами с фиксированным интервалом между заказами в условиях нестабильного спроса

### 4.3. Моделирование систем управления запасами с установленной периодичностью пополнения запасов до постоянного уровня

Система управления запасами с установленной периодичностью пополнения запасов до постоянного уровня используется в условиях резкого колебания спроса при крайней нежелательности возникновения дефицита запаса.

Для предотвращения дефицита заказы в данной системе производятся не только в фиксированные плановые моменты времени, но и при достижении запасом порогового уровня. То есть в системе формируются два вида заказов:

1) плановые заказы производятся через фиксированные интервалы времени, которые обосновываются и устанавливаются предварительно;

2) внеплановые заказы – дополнительные заказы, которые производятся в момент достижения запасом порогового уровня.

Объем заказа определяется по принципу восполнения запаса до максимально желательного уровня соответственно от текущего уровня запаса или от порогового запаса, с учетом потребления за время поставки.

Таким образом, данная модель комбинирует систему управления запасами с фиксированным интервалом времени между заказами и принцип ROP.

Исходными данными системы являются:

- потребность в товарах за период;
- интервал времени между заказами, дни;
- время поставки, дни;
- возможная отсрочка поставки, дни.

Расчетными параметрами системы являются:

- гарантийный запас;
- пороговый запас;
- максимально желательный запас;
- размер заказа.

Алгоритм регулирования уровня запаса и расчета размера заказов в данной системе представлен на рис. 4.9.



Рис. 4.9. Алгоритм регулирования уровня запаса в системе управления запасами с установленной периодичностью пополнения запасов до постоянного уровня

Постоянно рассчитываемым параметром системы управления запасами с установленной периодичностью пополнения запасов до постоянного уровня является размер заказа. Как и в системе с фиксированным интервалом времени между заказами, его вычисление основывается на прогнозируемом уровне потребления до момента поступления заказа на склад. Плановый размер заказа рассчитывается исходя из уровня текущего запаса с учетом запаса в пути, расчет внепланового заказа опирается на величину порогового уровня.

Параметры системы управления запасами с установленной периодичностью пополнения запасов до постоянного уровня и формулы их расчета представлены в табл. 4.10.

Таблица 4.10

**Параметры системы управления запасами  
с установленной периодичностью пополнения запасов до постоянного уровня**

Параметры	Условные обозначения	Порядок расчета
Потребность, ед.	$Q$	—
Интервал времени между заказами, дн.	$T_{\text{зак}}$	—
Время поставки, дн.	$t_{\text{путь}}$	—
Время запаздывания поставки, дн.	$t_{\text{сбой}}$	—
Число рабочих дней в плановом периоде, дн.	$N$	—
Ожидаемое дневное потребление, ед./день	$q_{\text{дн}}$	$\frac{Q}{N}$
Ожидаемое потребление за время поставки, ед.	$q_{\text{пост}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{путь}}$
Максимальное потребление за время поставки, ед.	$q_{\text{max}}$	$q_{\text{дн}} \cdot (t_{\text{путь}} + t_{\text{сбой}})$
Гарантийный запас, ед.	$Q_{\text{гарант}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{сбой}}$
Пороговый запас	$Q_{\text{порог}}$	$Q_{\text{гарант}} + q_{\text{пост}}$
Максимально желательный запас, ед.	$Q_{\text{max}}$	$Q_{\text{гарант}} + T_{\text{зак}} \cdot q_{\text{дн}}$

Рассмотрим пример формирования модели данной системы.

**Пример 4.3**

Именные данные о продажах алкогольной продукции определенного наименования розничного магазина за трехнедельный период

(табл. 4.11). Плановые заказы магазин осуществляет каждый понедельник. Срок поставки продукции от поставщика составляет 4 дня, возможная отсрочка поставки – 2 дня.

Таблица 4.11

**Данные о реализации алкогольной продукции розничного магазина**

День недели	Объем продаж, ед.		
	1 неделя	2 неделя	3 неделя
Понедельник	40	36	52
Вторник	32	25	45
Среда	58	50	67
Четверг	21	17	22
Пятница	254	209	254
Суббота	190	108	120
Воскресенье	51	40	41

Разработаем систему управления запасами с установленной периодичностью пополнения запасов до постоянного уровня. Параметры системы рассчитаем в табл. 4.12.

Таблица 4.12

**Расчет параметров системы управления запасами с установленной периодичностью пополнения запасов до постоянного уровня для розничного магазина**

Параметры	Условные обозначения	Порядок расчета	Значение
Потребность, ед.	$Q$	—	1704
Интервал времени между заказами, дн.	$T_{\text{зак}}$	—	7
Время поставки, дн.	$t_{\text{путь}}$	—	4
Время запаздывания поставки, дн.	$t_{\text{сбой}}$	—	1
Число рабочих дней в плановом периоде, дн.	$N$	—	21
Ожидаемое дневное потребление, ед./день	$q_{\text{дн}}$	$\frac{Q}{N}$	$\frac{1704}{21} = 81$
Ожидаемое потребление за время поставки, ед.	$q_{\text{пост}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{путь}}$	$81 \cdot 4 = 324$
Максимальное потребление за время поставки, ед.	$q_{\text{max}}$	$q_{\text{дн}} \cdot (t_{\text{путь}} + t_{\text{сбой}})$	$81 \cdot (4+1) = 406$

Параметры	Условные обозначения	Порядок расчета	Значение
Гарантийный запас, ед.	$Q_{\text{гарант}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{сбой}}$	$81 \cdot 1 = 81$
Пороговый запас	$Q_{\text{порог}}$	$Q_{\text{гарант}} + q_{\text{пост}}$	$81 + 324 = 406$
Максимально желательный запас, ед.	$Q_{\text{мах}}$	$Q_{\text{гарант}} + T_{\text{зак}} \cdot q_{\text{дн}}$	$81 + 7 \cdot 81 = 648$

Проведем планирование расходования запаса с использованием табличного алгоритма (табл. 4.13). График системы управления запасами с установленной периодичностью пополнения запасов до постоянного уровня приведен на рис. 4.10.

Таблица 4.13

**Расчет текущего складского запаса в модели управления запасами  
с установленной периодичностью пополнения запасов  
до постоянного уровня для розничного магазина**

Дата	День недели	Расход запаса	Текущий запас	Комментарий
1	пн	40	$648 - 40 = 608$	Плановый заказ № 1 Размер заказа = $648 - 608 + 324 = 364$
2	вт	32	$608 - 32 = 576$	
3	ср	58	$576 - 58 = 518$	
4	чт	21	$518 - 21 = 497$	
5	пт	254	$497 - 254 = 243 + 364 = 607$	Плановая поставка № 1
6	сб	190	$607 - 190 = 417$	
7	вс	51	$417 - 51 = 366$	Размер запаса меньше порогового уровня, производится внеплановый заказ. Размер заказа = $648 - 406 + 324 = 566$
8	пн	36	$366 - 36 = 330$	Плановый заказ № 2 Размер заказа = $648 - 330$ (запас на складе) $- 566$ (запас в пути) $+ 324 = 76$
9	вт	25	$330 - 25 = 305$	
10	ср	50	$305 - 50 = 255$	
11	чт	17	$255 - 17 = 238 + 566 = 804$	Внеплановая поставка № 1
12	пт	209	$804 - 209 = 595 + 76 = 671$	Плановая поставка № 2

Дата	День недели	Расход запаса	Текущий запас	Комментарий
13	сб	108	$671 - 108 = 563$	
14	вс	40	$563 - 40 = 523$	
15	пн	24	$523 - 24 = 499$	Плановый заказ № 3 Размер заказа = $648 - 499 + 324 = 473$
16	вт	45	$499 - 45 = 454$	
17	ср	67	$454 - 67 = 387$	Размер запаса меньше порогового уровня, производится внеплановый заказ. Размер заказа = $648 - 406 + 324 = 566$
18	чт	22	$387 - 22 = 365$	
19	пт	254	$365 - 254 = 111 + 473 = 584$	Плановая поставка № 3
20	сб	120	$584 - 120 = 464$	
21	вс	41	$464 - 41 = 423 + 566 = 989$	Внеплановая поставка № 2
Итого		1704		

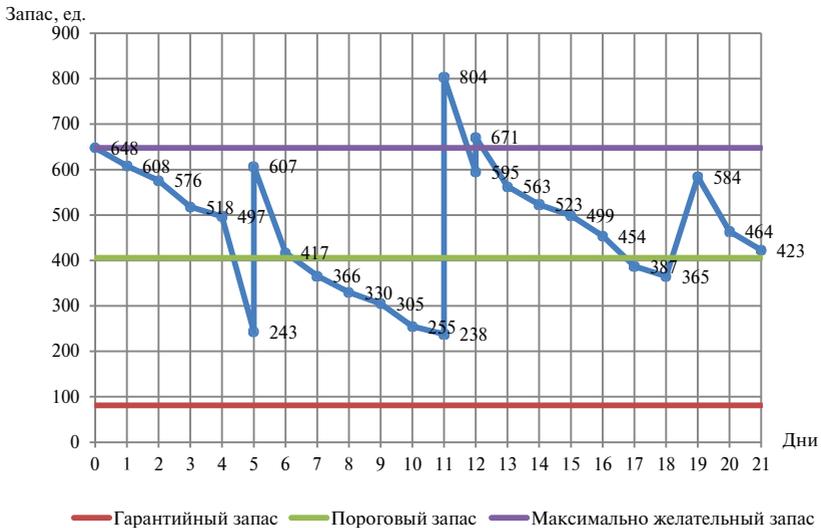


Рис. 4.10. Система управления запасами с установленной периодичностью пополнения запасов до постоянного уровня

Основным преимуществом данной модели является возможность избежать дефицита даже при возникновении сбоев в поставках. Однако в связи с наличием дополнительных заказов может возникнуть избыточный запас, что приведет к увеличению издержек на хранение. В связи с этим применение рассматриваемой системы на торговом предприятии целесообразно для узкой номенклатуры продукции, приносящей наибольшую прибыль, поскольку дефицит запаса может привести к существенной упущенной выгоде. По классификации ABC к таким товарам относится категория «А». Система управления запасами с установленной периодичностью пополнения запасов до постоянного уровня хорошо работает в условиях нестабильного спроса и скачкообразных изменений отгрузки, в связи с этим может использоваться для регулирования запасов категорий Y и Z по классификации XYZ.

#### **4.4. Моделирование системы управления запасами «минимум-максимум»**

Система «минимум-максимум» разработана для условий высокой стоимости оформления заказа, допустимости дефицита и крайней нежелательности создания чрезмерного запаса. Заказы в системе «минимум-максимум» производятся не в каждый заданный интервал времени, как в системе с фиксированным интервалом времени между заказами, а только при условии, что уровень запаса в момент планового заказа равен или меньше некоторого постоянного минимального уровня запаса. Размер заказа рассчитывается так, чтобы поставка пополнила запасы до максимального желательного уровня. Таким образом, данная система работает с двумя уровнями запасов — минимальным и максимальным, чему и обязана своим названием. Как и система управления запасами с установленной периодичностью пополнения запаса до постоянного уровня (см. п. 4.3), система «минимум-максимум» содержит элементы других основных систем управления запасами. Здесь также установлен интервал времени между заказами и используется принцип «точки возобновления заказа» (ROP).

Исходными данными системы являются:

- потребность в товарах за период;
- интервал времени между заказами, дни;
- время поставки, дни;
- возможная отсрочка поставки, дни.

Расчетными параметрами системы являются:

- минимальный уровень запаса;
- максимальный уровень запаса;
- размер заказа.

Параметры системы управления запасами с установленной периодичностью пополнения запасов до постоянного уровня и формулы их расчета представлены в табл. 4.14.

Таблица 4.14

**Параметры системы управления запасами «минимум-максимум»**

Параметры	Условные обозначения	Порядок расчета
Потребность, ед.	$Q$	–
Интервал времени между заказами, дн.	$T_{\text{зак}}$	–
Время поставки, дн.	$t_{\text{путь}}$	–
Время запаздывания поставки, дн.	$t_{\text{сбой}}$	–
Число рабочих дней в плановом периоде, дн.	$N$	–
Ожидаемое дневное потребление, ед./день	$q_{\text{дн}}$	$\frac{Q}{N}$
Ожидаемое потребление за время поставки, ед.	$q_{\text{пост}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{путь}}$
Минимальный уровень запаса, ед.	$Q_{\text{min}}$	$Q_{\text{гарант}} + q_{\text{пост}}$
Максимальный уровень запаса, ед.	$Q_{\text{max}}$	$Q_{\text{гарант}} + T_{\text{зак}} \cdot q_{\text{дн}}$

Постоянно рассчитываемым параметром системы минимум-максимум является размер заказа. Как и в системе с фиксированным интервалом времени между заказами, его вычисление основывается на прогнозируемом уровне потребления до момента поступления заказа на склад исходя из уровня текущего запаса и с учетом запаса в пути по формуле (4.3).

Рассмотрим пример формирования модели данной системы. Воспользуемся данными примера 4.3 о снабжении запасами розничного магазина. В качестве исходного положения примем, что плановые заказы магазин производит каждый вторник и пятницу. Возникающий дефицит на будущие периоды не переносится, т. е. покупатель, не купивший товар, не придет за ним вновь.

Параметры системы «минимум-максимум» рассчитаем в табл. 4.15.

Таблица 4.15

## Расчет параметров системы управления запасами «минимум-максимум»

Параметры	Условные обозначения	Порядок расчета	Значение
Потребность, ед.	$Q$	—	1704
Интервал времени между заказами, дн.	$T_{\text{зак}}$	—	7
Время поставки, дн.	$t_{\text{путь}}$	—	4
Время запаздывания поставки, дн.	$t_{\text{сбой}}$	—	1
Число рабочих дней в плановом периоде, дн.	$N$	—	21
Ожидаемое дневное потребление, ед./день	$q_{\text{дн}}$	$\frac{Q}{N}$	$\frac{1704}{21} = 81$
Ожидаемое потребление за время поставки, ед.	$q_{\text{пост}}$	$q_{\text{дн}} \cdot t_{\text{путь}}$	$81 \cdot 4 = 324$
Минимальный уровень запаса, ед.	$Q_{\text{мин}}$	$q_{\text{дн}} \cdot (t_{\text{путь}} + t_{\text{сбой}})$	$81(4+1) = 406$
Максимальный уровень запаса, ед.	$Q_{\text{макс}}$	$Q_{\text{гарант}} + T_{\text{зак}} \cdot q_{\text{дн}}$	$81 + 7 \cdot 81 = 648$

Проведем планирование расходования запаса с использованием табличного алгоритма (табл. 4.16). График системы управления запасами «минимум-максимум» приведен на рис. 4.11.

Таблица 4.16

**Расчет текущего складского запаса  
в модели управления запасами «минимум-максимум»**

Дата	День недели	Расход запаса	Текущий запас	Комментарий
1	пн	40	$648 - 40 = 608$	
2	вт	32	$608 - 32 = 576$	Плановый заказ, но размер запаса выше минимального, условие для заказа не выполняется
3	ср	58	$576 - 58 = 518$	
4	чт	21	$518 - 21 = 497$	
5	пт	254	$497 - 254 = 243$	Плановый заказ, размер запаса ниже минимального, условие для заказа выполняется Размер заказа № 1 = $648 - 243 + 324 = 729$
6	сб	190	$243 - 190 = 53$	
7	вс	51	$53 - 51 = 2$	

Дата	День недели	Расход запаса	Текущий запас	Комментарий
8	пн	36	$2 - 36 = -34$	Дефицит 34 единицы
9	вт	25	$0 + 729 - 25 = 704$	Поставка № 1 Плановый заказ, но размер запаса выше минимального, условие для заказа не выполняется
10	ср	50	$704 - 50 = 654$	
11	чт	17	$654 - 17 = 637$	
12	пт	209	$637 - 209 = 428$	Плановый заказ, но размер запаса выше минимального, условие для заказа не выполняется
13	сб	108	$428 - 108 = 320$	
14	вс	40	$320 - 40 = 280$	
15	пн	24	$280 - 24 = 256$	
16	вт	45	$256 - 45 = 211$	Плановый заказ, размер запаса ниже минимального, условие для заказа выполняется Размер заказа № 2 = $648 - 211 + 324 = 761$
17	ср	67	$211 - 67 = 144$	
18	чт	22	$144 - 22 = 122$	
19	пт	254	$122 - 254 = -132$	Дефицит 132 единицы Плановый заказ, размер запаса ниже минимального, условие для заказа выполняется Размер заказа № 3 = $648 - 0 - 761$ (в пути) + $324 = 211$
20	сб	120	$0 + 761 - 120 = 641$	Поставка № 2
21	вс	41	$616 - 41 = 600$	
Итого		1704		

Очевидными достоинствами системы «минимум-максимум» является более низкий уровень текущего запаса, отсутствие ситуаций завышения уровня запаса, отсутствие необходимости сплошного контроля состояния запасов. Вместе с тем данная система управления запасами обладает существенным недостатком — она допускает возникновение дефицита, а в случае всплесков спроса этот дефицит может быть значительным. Если дефицит не переносится (то есть покупатель не обращается за товаром повторно) и если на рынке существует высокая конкуренция (покупатель может купить аналогичный товар у конкурента), то дефицит для предприятия может означать упущенную выгоду. Если величина упущенной выгоды пре-

вышает затраты на содержание дополнительных запасов, то применение системы «минимум-максимум» нецелесообразно.

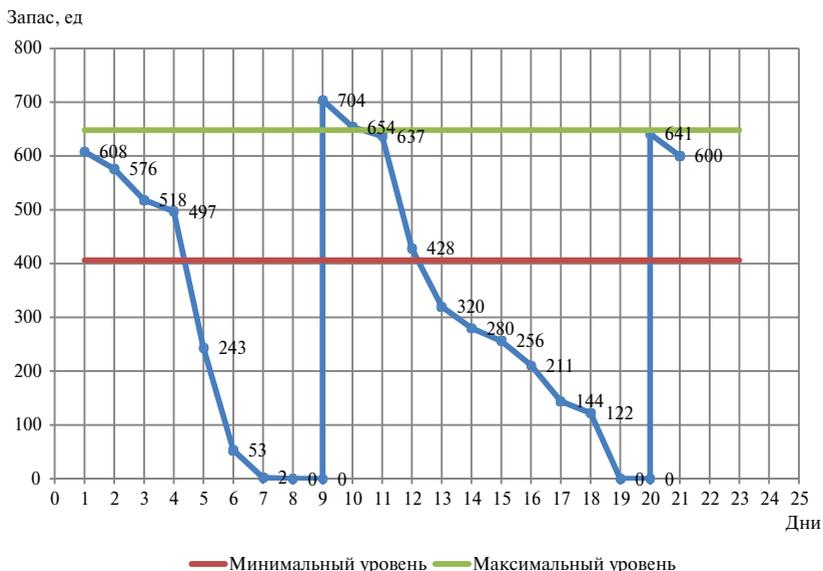


Рис. 4.11. Система управления запасами «минимум-максимум»

Таким образом, система управления запасами «минимум-максимум» работает эффективно в случае, когда затраты, связанные с дефицитом, не высоки, а потребитель готов ожидать пополнения запаса.

## 4.5. Моделирование случайных процессов в логистических системах

Логистические системы функционируют в условиях неопределенности окружающей среды. При управлении материальными потоками должны учитываться факторы, многие из которых носят вероятностный характер. В этих условиях создание детерминированных моделей, устанавливающих четкие количественные соотношения между различными составляющими логистических процессов, может оказаться либо невозможным, либо слишком дорогим.

Для моделирования случайных логистических процессов необходимо знать закон, по которому изменяются параметры, характеризующие этот процесс. Данный закон обычно задается при помощи соответствующих теоретических либо эмпирических функций распределения. При этом необходимо использовать генераторы псевдослучайных чисел для имитации случайности тех или иных событий. Наиболее распространенный метод имитационного моделирования случайных факторов и процессов – метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). В основе метода лежит большое число наблюдений, которое позволяет сделать правильные выводы об их средних характеристиках [16].

Метод статистических испытаний включает в себя выполнение следующих этапов:

- 1) сбор большого числа численных данных о поведении объекта или процесса (проведение испытаний);
- 2) обработка полученных результатов статистическими методами, определение закона распределения случайной величины и расчет статистических оценок искомых величин;
- 3) формирование модели, имитирующей случайный процесс с заданной вероятностью надежности вывода.

Наиболее распространенные законы распределения случайных величин в логистике и формулы для вычисления их статистических параметров приведены в табл. 4.17.

Таблица 4.17

**Параметры распределения случайных величин**

Закон распределения	Нормальный	Логнормальный	Показательный
Плотность распределения	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$f(x) = \frac{1}{\beta t\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln t - \alpha)^2}{2\beta^2}}$	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$
Графическое представление сгруппированных данных			
Статистические параметры	$a_1 = \frac{\sum x_i f_i}{N}$ , $a_2 = \frac{\sum x_i^2 f_i}{N}$	$\alpha = \frac{\sum (\lg \bar{x}_i) f_i}{N}$ , $\beta^2 = \frac{\sum (\lg^2 \bar{x}_i) f_i}{N} - \alpha^2$	$\mu = \frac{\sum x_i f_i}{N}$ , $\lambda = \frac{1}{\mu}$

Закон распределения	Нормальный	Логнормальный	Показательный
Статистические параметры	$m = a_2 - a_1^2,$ $\mu = a_1,$ $\sigma = \sqrt{m},$ <p>где <math>\mu</math> – математическое ожидание случайной величины, <math>\sigma</math> – среднее квадратическое отклонение</p>	$\mu = 10^{\frac{\beta^2}{\alpha + 2M}},$ $Me = 10^6,$ $\sigma = \mu \sqrt{10^{\frac{\beta^2}{M}} - 1},$ <p>где <math>Me</math> – медиана, <math>N</math> – число членов ряда, <math>M = 0,4343</math> – коэффициент перехода от натуральных логарифмов к десятичным</p>	<p>где <math>\lambda</math> – интенсивность распределения</p>
Выражение для моделирования случайной величины	$X = \mu + \sigma Z,$ <p>где <math>Z</math> – случайное число, равномерно распределенное на интервале от -3 до 3</p>	$X = Me \cdot e^{\frac{\sigma \lg(\sum_1^{12} Z_i - 6)}{1}},$ <p>где <math>\sum_1^{12} Z_i</math> – сумма двенадцати случайных чисел, равномерно распределенных на интервале от 0 до 1</p>	$X =  \mu \ln Z $ <p>где <math>Z</math> – случайное число, равномерно распределенное на интервале от 0 до 1</p>

Метод статистических испытаний целесообразно использовать при проектировании ранее рассмотренных систем управления запасами для моделирования случайных параметров расходования, а также случайных отклонений в поставках. Это позволит имитировать реальный процесс управления запасом в условиях случайных событий и стохастического спроса.

Также метод статистических испытаний в логистике используется для моделирования случайных продолжительностей доставки и других операций транспортно-логистического процесса [15].

Рассмотрим использование метода статистических испытаний для моделирования продолжительности операции пополнения запаса.

#### Пример 4.4

В результате обработки статистических данных торгового предприятия получены следующие данные о времени поставки запаса на склад с момента подачи заказа (табл. 4.18).

Таблица 4.18

**Вариационный ряд продолжительности пополнения запаса  
торгового предприятия, сут.**

2,8	1,8	3,9	2,7	1,8	2,7	3,2	1,7	2,8	3,4
4,5	2,0	2,5	2,9	2,2	1,3	3,5	3,2	1,5	3,2
2,0	3,7	2,0	7,2	1,9	3,6	3,0	2,4	4,0	3,4
2,2	3,3	2,1	2,5	3,9	2,4	1,5	2,9	3,7	2,7
4,0	2,8	3,1	3,0	1,4	2,6	3,1	3,1	5,9	2,4
6,5	5,2	2,9	4,3	1,6	3,5	3,2	3,1	3,9	2,6
3,4	3,5	4,4	2,5	2,6	3,9	2,5	0,9	3,2	3,7
2,0	2,7	2,4	3,7	2,7	1,6	3,0	4,8	3,1	2,9
4,4	2,0	2,6	3,8	3,6	3,4	2,5	2,3	3,4	2,6
3,4	6,0	2,7	2,5	1,7	1,8	2,5	2,4	2,2	4,1

В процессе 100 наблюдений установлено, что продолжительность данной операции изменялась от 0,9 до 7,2 суток.

Выполним группировку вариационного ряда (табл. 4.19). Число равных интервалов определим по формуле Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \lg N, \quad (4.4)$$

где  $N$  – число наблюдений.

В нашем случае  $n = 8$ .

Таблица 4.19

**Ряд распределения продолжительности операции**

Границы интервалов		Середина интервала	Частота попадания в интервал
$t_i$		$\bar{t}_i$	$f_i$
0,0	1,0	0,5	1
1,0	2,0	1,5	14
2,0	3,0	2,5	40
3,0	4,0	3,5	32
4,0	5,0	4,5	8
5,0	6,0	5,5	3
6,0	7,0	6,5	1
7,0	8,0	7,5	1

В первом приближении можно задаться гипотезой, что продолжительность операции распределена по логнормальному закону распределения, плотность которого выражается формулой

$$q(t) = \frac{1}{\beta t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln t - \alpha)^2}{2\beta^2}} \quad (4.5)$$

Определению подлежат следующие параметры:

$$\alpha = \frac{\sum (\lg \bar{t}_i) f_i}{N}, \quad (4.6)$$

$$\beta^2 = \frac{\sum (\lg^2 \bar{t}_i) f_i}{N} - \alpha^2, \quad (4.7)$$

$$\mu = 10^{\alpha + \frac{\beta^2}{2M}}, \quad (4.8)$$

$$Me = 10^\alpha, \quad (4.9)$$

$$\sigma = \mu \sqrt{10^{\frac{\beta^2}{M}} - 1}, \quad (4.10)$$

где  $\mu$  – математическое ожидание случайной величины;  $Me$  – медиана;  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение;  $N$  – число членов ряда;  $M = 0,4343$  – коэффициент перехода от натуральных логарифмов к десятичным.

Расчет параметров логнормального распределения продолжительности доставки заказа представлен в табл. 4.20

Таблица 4.20

**Вычисление параметров логнормального распределения**

Средины интервалов, $\bar{t}_i$	Фактические частоты, $f_i$	Расчетные графы			
		$\lg \bar{t}_i$	$\lg^2 \bar{t}_i$	$(\lg \bar{t}_i) f_i$	$(\lg^2 \bar{t}_i) f_i$
0,5	1	-0,301	0,091	-0,301	0,091
1,5	14	0,176	0,031	2,465	0,434
2,5	40	0,398	0,158	15,918	6,334

Средины интервалов, $\bar{t}_i$	Фактические частоты, $f_i$	Расчетные графы			
		$\lg \bar{t}_i$	$\lg^2 \bar{t}_i$	$(\lg \bar{t}_i) f_i$	$(\lg^2 \bar{t}_i) f_i$
3,5	32	0,544	0,296	17,410	9,472
4,5	8	0,653	0,427	5,226	3,413
5,5	3	0,740	0,548	2,221	1,644
6,5	1	0,813	0,661	0,813	0,661
7,5	1	0,875	0,766	0,875	0,766
Сумма	100	3,899	2,977	44,627	22,816

$$\alpha = \frac{44,627}{100} = 0,446;$$

$$\beta^2 = \frac{22,816}{100} - 0,446^2 = 0,029;$$

$$\beta = \sqrt{0,029} = 0,170;$$

$$\mu = 10^{0,446 + \frac{0,029}{2 \cdot 0,4343}} = 2,835;$$

$$Me = 10^{0,446} = 2,797;$$

$$\sigma = 2,835 \sqrt{10^{\frac{0,029}{0,4343}} - 1} = 1,156.$$

Используя найденные параметры, можно найти теоретические частоты (табл. 4.21). При вычислении используется функция Лапласа –  $\Phi(Z)$ .

Проверим по критерию Пирсона, не отвергается ли гипотеза о логнормальном распределении продолжительности доставки заказа:

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_i - f'_i)^2}{f'_i}. \quad (4.11)$$

Таблица 4.21

## Вычисление теоретических частот при логнормальном распределении

Границы интервалов, $t_i$	$Z_i = \frac{\lg t_i - \alpha}{\beta}$	$\Phi(Z_i)$	$\Phi(Z_i) - \Phi(Z_{i-1})$	Теоретические частоты, $N(\Phi(Z_i) - \Phi(Z_{i-1}))$	Фактические частоты, $f_i$	$\frac{(f_i - f_i')^2}{f_i'}$
0	$-\infty$	-0,5				
1	-2,620	-0,496	0,004	0,439	1	0,717
2	-0,853	-0,303	0,192	19,249	14	1,431
3	0,181	0,072	0,375	37,500	40	0,167
4	0,915	0,320	0,248	24,797	32	2,092
5	1,484	0,431	0,111	11,122	8	0,877
6	1,949	0,474	0,043	4,326	3	0,407
7	2,342	0,490	0,016	1,607	1	0,229
8	2,682	0,496	0,006	0,594	1	0,278
$\infty$	$\infty$	0,500	0,004	0,365	0	0,365
Сумма				100	100	6,562

Получено значение критерия Пирсона, равное 6,562 (см. табл. 4.21), сравним его с критическим (табличным) значением, которое возможно получить в специальных справочниках, либо воспользоваться функцией MS Excel: =ХИ2ОБР( $\alpha$ ;  $r$ ), где  $\alpha$  – вероятность, связанная с распределением (примем 5%),  $r$  – число степеней свободы, рассчитанное по формуле

$$r = n - (m + 1), \quad (4.12)$$

где  $m$  – число параметров распределения (для нормального и логнормального закона – 2, для показательного – 1).

Для нашего примера получено критическое значение критерия Пирсона:  $X_{5\%}^2 = 9,5$ . Так как расчетное значение критерия Пирсона не превышает критического, то принимаем гипотезу о логнормальном законе распределения.

По теоретическим частотам  $f_i'$  построим кривую распределения (рис. 4.12).

Искомая продолжительность операции, как случайная величина, может быть определена по формуле

$$t_{11} = \text{Me} \cdot e^{\sigma_{\lg} \left( \sum_{i=1}^{12} Z_i - 6 \right)}, \quad (4.13)$$

где  $\sigma_{\lg}$  – среднее квадратическое отклонение  $\lg t_i$ ;  $\sum_{i=1}^{12} Z_i$  – сумма двенадцати случайных чисел, равномерно распределенных на интервале от 0 до 1.

$$\sigma_{\lg} = \lg \mu \sqrt{10^{\frac{\beta^2}{M}} - 1} = 0,1845. \quad (4.14)$$

Итак, продолжительность операции по доставке заказа составит:

$$t_{\text{путь}} = 2,79 \cdot e^{0,1845 \left( \sum_{i=1}^{12} Z_i - 6 \right)} \quad (4.15)$$

После заданного числа испытаний можем найти ожидаемое время процесса доставки с заданной вероятностью надежности вывода.

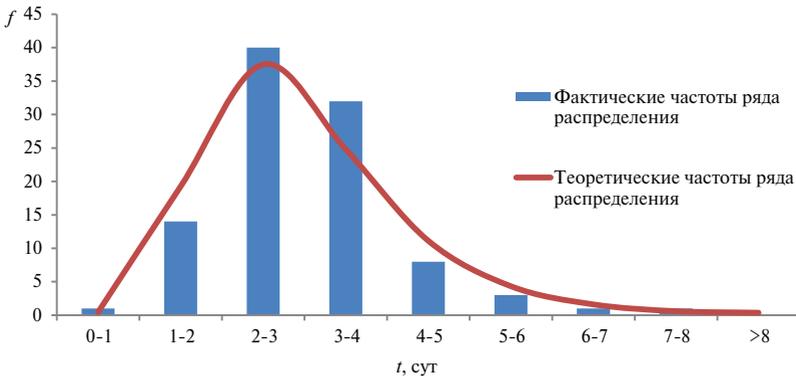


Рис. 4.12. Гистограмма распределения продолжительности доставки заказа на склад и выравнивающая ее логнормальная кривая

Таким образом, метод Монте-Карло позволяет после выполнения статистического анализа оценить рассеяния выходных параметров относительно номинальных значений и, таким образом, осуществлять имитационное моделирование стохастических транспортно-логистических процессов.

## Глава 5. Методы выбора решения из нескольких альтернатив

Среди моделей и методов, применяемых в логистике, можно выделить ряд моделей, позволяющих принять решение о выборе наилучшей альтернативы из нескольких имеющихся. Это алгоритмы выбора логистических посредников, модели принятия решения «Make or buy», методы выбора вида транспорта, способа перевозки, маршрута, транспортного средства, выбор стратегии управления запасами и другие практические задачи, решаемые в разных сферах логистики.

Задачи выбора очень распространены в логистике, при этом они достаточно разнообразны. Выбор может быть разовым и повторным. При этом большинство задач разового выбора при накоплении информации о его условиях может перейти в разряд задач повторного выбора. Например, выбор места расположения распределительного центра в конкретном регионе можно отнести к разовому выбору, так как последующий будет производиться или в другом регионе, или в изменившихся условиях рынка. Выбор компании-перевозчика грузов – это задача разового выбора, переходящего в повторяющийся, поскольку перевозчики могут требоваться постоянно.

Выбор может производиться в условиях определенности, неопределенности или в условиях риска. В каждом случае могут применяться специальные методы, позволяющие произвести выбор: в условиях определенности возможны оптимизация, упорядочение и произвольный выбор; в условиях неопределенности – теория игр, теория полезности, модели, учитывающие стохастические решения, расплывчатые множества и др.

Выбор может быть однокритериальным и многокритериальным. Так, однокритериальной является задача «Make or buy» («делать или покупать»), когда в качестве оцениваемого параметра выступают затраты, которые должна понести фирма в том и другом случае. Однако в большинстве случаев сравнение альтернатив приводит к необходимости их оценки по нескольким критериям.

## 5.1. Выбор логистических посредников с использованием экспертных методов

Выбор логистических посредников: поставщиков, экспедиторов, перевозчиков и т.д. является наиболее распространенной задачей для большинства функциональных областей логистики. Очевидно, что при наличии конкуренции во всех звеньях логистической системы наблюдается многовариантность, выражающаяся как в большом количестве посредников, которые могут выполнять соответствующие операции, так и в наличии альтернативных вариантов решений, сформированных из различных звеньев логистической системы.

Вопросы выбора поставщиков и посредников, рассмотренные практически во всех работах по логистике, различаются в основном глубиной проработки [8,12,14,30]. Наиболее распространенный метод выбора логистических посредников, описанный в литературе — метод экспертных оценок (рейтинговых оценок), в основу которого положены оценки специалистов-экспертов для параметров, характеризующих посредников, и описаны процедуры получения интегральных экспертных оценок. В качестве критерия выбора логистического посредника здесь, как правило, выступает рейтинг. Рассмотрим алгоритм выбора логистических посредников на основе рейтинга, описанный в [14, 30].

*1 этап.* Выбор показателей (критериев) для оценки логистических посредников. Критериями выбора поставщика может выступать качество товара, цена, надежность поставок, условия оплаты, удаленность поставщика и др. Критерием выбора перевозчика или иного транспортно-логистического посредника может выступать тариф, сроки доставки, надежность времени доставки, наличие систем слежения за грузом, сервис на линии и др.

*2 этап.* Отбор претендентов среди логистических посредников. Выбор производится на основе маркетингового анализа, анализа коммерческих предложений поставщиков.

*3 этап.* Распределение показателей на три группы:

- количественные показатели, которые оцениваются численно, теоретически их значения можно получить без экспертов на основе объективной информации (например, цена, срок доставки и др.);
- качественные показатели, которые оцениваются атрибутивно экспертами (например, качество товара оценивается экспертами как хорошее);

– бинарные показатели (у Лукинского В.С. [30] используется термин «релейные» показатели), к ним отнесены такие, которые принимают только два значения «да», «нет».

В результате выполнения первых трех этапов формируется таблица показателей для всех логистических посредников.

*4 этап.* Ранжирование критериев.

Ранжирование критериев производится экспертами для последующего выбора зависимости, по которой рассчитываются весовые коэффициенты.

*5 этап.* По результатам ранжирования выбирается зависимость для расчета весовых коэффициентов, учитывающих степень влияния показателей на интегральную оценку. При линейной или близкой к ней зависимости весовые коэффициенты рассчитываются по формуле

$$w_i = \frac{2(N - r_i + 1)}{N(N + 1)}, \quad (5.1)$$

где  $r_i$  – ранг, присвоенный  $i$ -му показателю;  $N$  – количество учитываемых показателей.

Для определения весовых коэффициентов могут быть использованы и другие зависимости, в частности плотность распределения вероятностей (например, экспоненциальное распределение, нормальное распределение, логарифмическое распределение и др.).

*6 этап.* Обработка количественных показателей.

Обработка количественных показателей производится в соответствии с методами квалиметрии, предусматривающей следующие действия:

1) построение таблицы, в горизонтальных строках которой указываются показатели, в столбцах – значения показателей  $a_{ij}$  для анализируемых фирм;

2) для каждого параметра определяется эталонное значение – максимальное или минимальное, в зависимости от влияния показателей на общую оценку;

3) если в качестве эталонного выбрано наибольшее  $a_{i\max}$ , то все значения данной строки делятся на него, в клетках таблицы заносится  $a_{ij}^* = a_{ij} / a_{i\max}$ ;

4) если в качестве эталонного выбрано наименьшее  $a_{i\min}$ , то эталонное значение делится на другие значения данной строки и в клетках таблицы заносятся  $a_{ij}^* = a_{i\min} / a_{ij}$ ;

7 этап. Обработка качественных показателей.

Для получения оценок качественных показателей используется функция желательности Харрингтона (рис. 5.1), значения которой рассчитываются по формуле

$$Z_i = \exp(-\exp(-y_i)), \quad (5.2)$$

где  $z_i$  – значение функции желательности;  $y_i$  – значение  $i$ -го параметра на кодированной шкале. Значение  $y_i$  на кодированной шкале предполагается симметрично относительно 0.



Рис. 5.1. Функция желательности Харрингтона

В табл. 5.1 приведены средние и граничные значения функции желательности.

Таблица 5.1

**Оценка качества и соответствующие им стандартные оценки по шкале желательности**

Интервал	Оценка качества	Отметка на шкале желательности	
		диапазон	среднее значение
3-4	Отлично	Более 0,950	0,975
2-3	Очень хорошо	0,875-0,950	0,913
1-2	Хорошо	0,690-0,875	0,782
0-1	Удовлетворительно	0,367-0,690	0,530

Интервал	Оценка качества	Отметка на шкале желательности	
		диапазон	среднее значение
(-1) - 0	Плохо	0,066-0,367	0,285
(-2) - (-1)	Очень плохо	0,0007-0,066	0,033
(-3) - (-2)	Скверно	Менее 0,0007	-

Использование функций желательности позволяет свести качественные оценки показателей к количественным, при этом те и другие находятся в интервале 0-1. В целях унификации качественные оценки могут быть нормированы относительно максимальных значений по строкам.

*8 этап.* Обработка бинарных показателей.

Для получения оценок бинарных показателей принимают, что ответ «да» соответствует оценке 1, ответ «нет» — оценке 0.

*9 этап.* На основе оценки количественных, качественных и бинарных показателей с учетом весовых коэффициентов рассчитывают интегральную оценку логистических посредников. Посреднику, имеющему большую интегральную оценку, присваивается рейтинг 1, посреднику со второй по величине интегральной оценкой — рейтинг 2 и т. д.

На основе полученного рейтинга принимаются решения о выборе или смене одного или нескольких логистических посредников, решения об изменении структуры поставок, условий заключенных контрактов и др.

### Пример 5.1

Предприятие ресторанного бизнеса принимает решение о выборе поставщика свежемороженой семги. Рассматриваются 4 коммерческих предложения. Для отбора поставщиков определены 7 критериев.

Цена продукции определена на основе коммерческих предложений поставщиков в рублях за кг.

Удаленность поставщика определена в тыс. км от предприятия. Данный критерий влияет на величину логистических затрат по доставке продукции.

Надежность сроков поставки. Критерий определен как коэффициент, полученный путем отношения числа случаев поставки в срок к числу случаев опоздания поставки. Коэффициент 1 будет означать полное соблюдение принципа «точно во время». Данный показатель

влияет на бездефицитную работу ресторана и определяет необходимость создания страховых запасов.

Качество продукции. Критерий определен как коэффициент, полученный за вычетом коэффициента брака. Коэффициент брака в свою очередь рассчитывается делением объема бракованной продукции в партии на величину партии поставки.

Наличие сертификата качества. Критерий имеет две оценки: «да», если сертификат качества продукции имеется у поставщика, и «нет» в противном случае.

Условия платежей. Критерий определяется атрибутивно на основе опроса персонала, занимающегося заключением договоров и оплатой счетов. Более высокую оценку получают поставщики, предоставляющие рассрочку оплаты.

Квалификация персонала поставщика. Критерий определяется атрибутивно на основе опроса персонала, занимающегося ведением переговоров и заключением договоров с поставщиками.

Значения критериев выбора для четырех поставщиков определены в таблице 5.2. В табл. 5.3 приведены ранги значимости критериев, определенные экспертно.

Также имеются особые требования предприятия к поставщикам:

- надежность сроков поставки – не меньше 60 %;
- цена не больше 600 р./ кг.

Таблица 5.2

#### Показатели деятельности поставщиков

Критерии оценки поставщиков	Показатели деятельности поставщиков			
	Фирма 1	Фирма 2	Фирма 3	Фирма 4
1. Цена продукции, р. /кг	590,3	568,0	582,5	565,2
2. Удаленность поставщика, тыс. км	1,791	1,310	1,788	1,973
3. Надежность сроков поставки, коэф.	0,6	0,4	0,9	1
4. Качество продукции, %	0,94	0,87	0,92	0,86
5. Наличие сертификатов качества	да	да	да	нет
6. Условия платежей, экспертная оценка	Оч. хор.	Хор.	Уд.	Хор.
7. Квалификация персонала, экспертная оценка	Хор.	Оч. хор.	Отл.	Хор.

Таблица 5.3

**Ранги критериев оценки качества поставщиков**

Критерии оценки поставщиков	Ранг критерия (по убыванию степени важности)
Цена продукции, р. /кг	1
Удаленность поставщика, тыс. км	6
Надежность сроков поставки, коэф.	3
Качество продукции, %	2
Наличие сертификатов качества	4
Условия платежей, экспертн.	5
Квалификация персонала, экспертн.	7

Расчеты по выбору поставщика произведем в соответствии с ранее приведенным алгоритмом.

1. Определим вес каждого критерия в общей системе оценки по формуле (5.1). Результаты расчета сведем в табл. 5.4

Таблица 5.4

**Расчет удельного веса критериев в общей системе оценки**

Критерии оценки поставщика	Ранг	Удельный вес критерия
Цена продукции, р. / кг	1	0,250
Удаленность поставщика, тыс. км	6	0,071
Надежность сроков поставки, коэф.	3	0,179
Качество продукции, %	2	0,214
Наличие сертификатов качества	4	0,143
Условия платежей, экспертн.	5	0,107
Квалификация персонала, экспертн.	7	0,036
Сумма	-	1

2. Прежде чем давать оценку показателям работы поставщиков, необходимо исключить из анализа тех, которые не соответствуют установленным ограничениям:

- надежность сроков поставки – не меньше 60 %;
- цена не больше 600,0 р./кг

Таким образом, из дальнейшего анализа исключается фирма 2, так как не соответствует максимально приемлемому уровню надежности.

3. Все показатели распределяются на три группы: количественные, качественные и бинарные, что позволяет использовать различ-

ные подходы при их определении и расчете интегральных оценок для поставщиков.

Количественные критерии оцениваются численно. К ним отнесем цену продукции, удаленность поставщика, надежность сроков поставки и уровень качества. Качественные показатели оцениваются атрибутивно. Сюда отнесены условия платежей и квалификация персонала. К бинарным показателям отнесены такие, которые имеют только два показателя «да», «нет». В нашем случае имеется один такой показатель – наличие сертификата качества.

#### 4. Обработка количественных показателей.

Рассчитаем количественные оценки для показателя «цена продукции». Поскольку при выборе поставщика предпочтителен более низкий данный показатель, то за эталонное значение  $a_{jmin}$  принимаем 565,2 р., которое относится к фирме 4. Соответственно, оценки по показателю «цена» первого и третьего поставщика будут следующими:

а) оценки, рассчитанные с учетом эталонных значений:

$$a_{11} = 562,2 : 590,3 = 0,952;$$

$$a_{13} = 562,2 : 582,5 = 0,965;$$

б) оценки, рассчитанные с учетом весовых коэффициентов:

$$a_{11} = 0,952 \cdot 0,25 = 0,238;$$

$$a_{13} = 0,965 \cdot 0,25 = 0,241.$$

Аналогично рассчитываются оценки остальных количественных показателей. Результаты расчета сведем в табл. 5.5.

Таблица 5.5

**Расчет количественных оценок**

Критерий	Удельный вес критерия $w_i$	Эталонное значение	Оценки, рассчитанные с учетом эталонных значений			Оценки, рассчитанные с учетом весовых коэффициентов		
			Фирма			Фирма		
			1	3	4	1	3	4
Цена продукции, р./кг	0,250	5652, min	0,952	0,965	1,000	0,238	0,241	0,250
Удаленность поставщика, тыс. км	0,071	1,788, min	0,998	1,000	0,906	0,071	0,071	0,065
Надежность сроков поставки, коэф.	0,179	1, max	0,6	0,9	1	0,107	0,161	0,179

Окончание табл. 5.5

Критерий	Удельный вес критерия $w_i$	Эталонное значение	Оценки, рассчитанные с учетом эталонных значений			Оценки, рассчитанные с учетом весовых коэффициентов		
			Фирма			Фирма		
			1	3	4	1	3	4
Качество продукции, %	0,214	0,94, max	1,000	0,979	0,915	0,214	0,210	0,196
Суммарная количественная оценка с учетом $w_i$						0,630	0,683	0,690

На основании расчета количественных показателей видим, что наивысшую оценку получает фирма 3. Однако однозначный ответ позволит дать анализ качественных и бинарных показателей.

5. Для получения оценок качественных показателей используется функция желательности Харрингтона, стандартные оценки которой приведены в табл. 5.1.

Показатель «условия платежа» у первого поставщика эксперты оценили как «очень хорошее». В соответствии с табл. 5.1 находим, что этой оценке соответствует среднее значение  $a_{61} = 0,913$ , а с учетом веса качественная оценка равна  $a_{61}^* = 0,913 \cdot 0,107 = 0,098$ .

Рассчитаем качественные оценки для других показателей аналогично. Результаты расчета сведены в табл. 5.6.

Таблица 5.6

#### Расчет качественных оценок

Показатель	Вес $w_i$	Оценки, рассчитанные по шкале желательности			Оценки, рассчитанные с учетом весовых коэффициентов		
		Фирма			Фирма		
		1	3	4	1	3	4
Условия платежей, экспертн.	0,107	0,913	0,53	0,782	0,098	0,057	0,084
Квалификация персонала, экспертн.	0,036	0,782	0,975	0,782	0,028	0,035	0,028
Суммарная качественная оценка с учетом $w_i$					0,126	0,092	0,112

6. Для получения оценок бинарных показателей принимают, что ответ «да» соответствует оценке 1, ответ «нет» – оценке 0. Таким образом, получим следующие количественные оценки бинарных показателей с учетом весовых коэффициентов (табл. 5.7).

Таблица 5.7

#### Расчет бинарных оценок

Показатель	Вес $w_i$	Бинарные оценки			Оценки, рассчитанные с учетом весовых коэффициентов		
		Фирма			Фирма		
		1	3	4	1	2	3
Наличие сертификатов качества	0,143	1	1	0	0,143	0,143	0
Суммарная релейная оценка с учетом $w_i$					0,143	0,143	0

7. На основе оценки количественных, качественных и бинарных показателей с учетом весовых коэффициентов рассчитываем суммарный (интегральный) рейтинг поставщиков (табл. 5.8).

Таблица 5.8

#### Интегральный рейтинг поставщиков

Фирма	Предварительный отбор	Количественная оценка	Качественная оценка	Бинарная оценка	Интегральная оценка
1	Одобрена	0,63	0,126	0,143	0,899
2	Исключена	-	-	-	0
3	Одобрена	0,683	0,092	0,143	0,918
4	Одобрена	0,69	0,112	0	0,802

Наивысшая интегральная оценка присвоена фирме 3 (оценка 0,918). Следовательно, данный поставщик признается наилучшим и ему следует отдавать приоритет при планировании поставок. Поставщики 1 и 4 получили меньшую оценку, заключение контракта с данными фирмами целесообразно по остаточному принципу для покрытия недостающего объема и повышения надежности поставок. Итак, обоснованный выбор поставщика позволит сократить затраты, связанные с возвратами и некачественной продукцией, повысить независимость от поставщиков, перераспределить затраты на входной контроль между предприятием и его поставщиками.

## 5.2. Задача «Make or buy»

В логистике одной из распространенных экономических задач является проблема выбора «Сделать или Купить», от англ. «Make or Buy» («задача МОВ»). В широком смысле «задача МОВ» рассматривается как обоснование решения проблемы о степени использования в логистическом процессе собственных средств производства. Решения принимаются как относительно использования собственных средств труда (собственный транспорт, склады, техника, оборудование), так и относительно использования собственных предметов труда, т. е. самостоятельно изготовленных заготовок, полуфабрикатов, комплектующих изделий. Альтернативные решения – наемный транспорт, лизинг оборудования, аренда складов, а также закупка полуфабрикатов или комплектующих изделий. Основным критерием принятия решения являются совокупные затраты, связанные с использованием собственных или привлеченных ресурсов. Затраты на закупку (аренду, наем) определяются ценой поставщика, а также включают: затраты на оформление заказа; транспортировку; страхование; упаковку; складирование; обработку (переработку, сортировку); оплату персонала, связанного с закупками.

Затраты на собственное производство состоят из постоянных и переменных производственных издержек (стоимость сырья, энергии, рабочей силы, хранения, амортизации, накладных расходов) и возможных капитальных затрат на организацию производства (покупка, доставка, монтаж оборудования, обучение рабочих).

Задача «Make or Buy» широко используется при обосновании логистического аутсорсинга. Так, например, предприятиям зачастую приходится выбирать между организацией собственного склада для размещения запаса и использованием услуг складских операторов. В последнем случае владелец склада включает выполнение логистических операций в стоимость хранения. Рассмотрим пример.

### Пример 5.2

Руководство торговой компании принимает решение о выходе на новый рынок. Для осуществления деятельности компании требуется оптовый распределительный склад в регионе сбыта. Известны следующие данные о затратах на содержание собственного и наемного складов (табл. 5.9).

Данные о затратах на содержание склада

№ п/п	Параметр	Ед. изм.	Обозначение	Значение
1	Постоянные издержки эксплуатации собственного склада	дол.	$FC$	60 000
2	Себестоимость грузопереработки 1 тонны груза на собственном складе	дол.	$v$	5
3	Арендная плата за использование наемного склада	дол. в день за м <sup>2</sup>	$a$	7
4	Размер запаса в днях оборота	дн.	$Z$	10
5	Число рабочих дней в году	дн	$N$	250
6	Нагрузка на 1 м <sup>2</sup> площади склада	т/м <sup>2</sup>	$h$	4
7	Годовой грузооборот	т	$Q$	9000

Требуется экономически обосновать выбор формы собственности нового склада, определить грузооборот, при котором предприятие одинаково устраивает, иметь ли собственный склад или пользоваться услугами наемного склада.

Для обоснованного выбора формы собственности склада необходимо сравнить совокупные издержки на содержание складских помещений.

Совокупные издержки содержания собственного склада ( $TC_{\text{соб}}$ ) включают постоянную ( $FC_{\text{соб}}$ ) и переменную часть ( $VC_{\text{соб}}$ ).

Переменные издержки эксплуатации собственного склада рассчитываются как:

$$VC_{\text{соб}} = Qv, \quad (5.3)$$

$$VC_{\text{соб}} = 9000 \cdot 5 = 45\,000 \text{ дол.}$$

При известных постоянных издержках совокупные издержки содержания собственного склада составят:  $TC_{\text{соб}} = 60\,000 + 45\,000 = 105\,000$  дол.

Совокупные издержки содержания наемного склада ( $TC_{\text{наем}}$ ) включают только переменную часть ( $VC_{\text{наем}}$ ).

$$VC_{\text{наем}} = a \cdot S \cdot 365, \quad (5.4)$$

где  $S$  – потребная площадь наемного склада, рассчитывается как

$$S = \frac{ZQ}{Nh}. \quad (5.5)$$

$$S = \frac{10 \cdot 9000}{250 \cdot 4} = 90 \text{ м}^2.$$

$$TC_{\text{наем}} = VC_{\text{наем}} = 7 \cdot 90 \cdot 365 = 229\,950 \text{ дол.}$$

Таким образом, по критерию совокупных издержек на содержание склада предприятию следует принять решение об организации собственного складского хозяйства.

Грузооборот, при котором предприятие одинаково устраивает, иметь ли собственный склад или пользоваться услугами наемного склада, называют «грузооборот безразличия» (термин предложен в [10]).

Определим «грузооборот безразличия» графически, данная точка будет находиться на пересечении линии затрат на аренду склада и общих затрат на собственный склад (рис. 5.2).

Аналитически точку «грузооборота безразличия» можно рассчитать, приравняв функции затрат альтернативных решений, то есть  $VC_{\text{соб}} = VC_{\text{наем}}$ , отсюда получаем:

$$Qv = a \cdot \frac{ZQ}{Nh} \cdot 365.$$

После ряда алгебраических преобразований получаем формулу расчета точки «грузооборота безразличия»:

$$Г_{\text{бр}} = \frac{FC_{\text{соб}}}{\frac{365aZ}{Nh} - v}. \quad (5.6)$$

Таким образом, точка «грузооборота безразличия» составила 2919,708 тонн. При меньшем грузообороте предприятию целесообразно использовать наемный склад, при большем – собственный.

Стоит учитывать, что затраты – не единственный фактор принятия решения относительно формы собственности склада. Помимо этого нельзя игнорировать другие аспекты складского аутсорсинга. Так, преимуществами собственных складских мощностей является:

- полный контроль над складом;
  - независимость;
  - возможность повышения уровня сервиса по требованию клиента.
- Преимуществом аренды склада является:
- финансовая доступность, отсутствие необходимости инвестиций;
  - большой выбор складских площадок;
  - возможность заключения договора на любой срок;

- возможность смены площадки при изменении грузооборота или с изменением условий хранения;
- обслуживание помещений за счет арендодателя;
- наличие дополнительного сервиса.

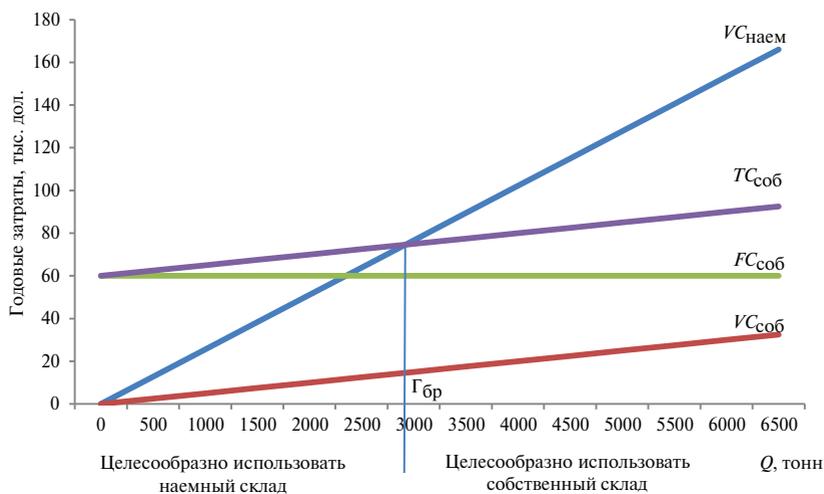


Рис. 5.2. Принятие решения об использовании собственного или наемного склада

Таким образом, решение принимается на основе учета множества факторов, а «задача МОВ» может стать хорошим инструментом для окончательного экономического обоснования выбранной стратегии.

### 5.3. Методы выбора места размещения логистических мощностей

Определение месторасположения логистических мощностей (складов, терминалов, депо) — одна из фундаментальных задач логистики. Если организация совершит ошибку и откроет сооружение в неудачном месте, вложив в него крупные инвестиции, она не может, стараясь исправить ситуацию, просто закрыть его и возвести объект в другом месте. При выборе месторасположения склада наибольшее внимание уделяется транспортным расходам, связанным с доставкой грузов на склад и со склада потребителям. Чем ниже эти совокупные

затраты, тем выше прибыль фирмы, а следовательно, эффективнее вариант выбора. Рассмотрим некоторые теории и методы размещения логистических мощностей.

### Метод локационного треугольника В. Лаунхардта

Решающим фактором размещения логистических мощностей у В. Лаунхардта являются транспортные издержки. Производственные затраты принимаются равными для всех точек исследуемой территории. Точка оптимального размещения предприятия находится в зависимости от весовых соотношений перевозимых грузов и расстояний. Для решения этой задачи В. Лаунхардт разработал метод весового (или локационного) треугольника (рис. 5.3).

Рассмотрим пример.

Пусть требуется найти пункт размещения нового металлургического завода. Известны пункт добычи железной руды – точка  $A$ , пункт добычи угля – точка  $B$  и пункт потребления металла – точка  $C$  (см. рис. 5.3). Транспортный тариф равен  $t$  (на 1 т/км). Расходы руды на выплавку 1 т металла составляют  $a$ , расход угля –  $b$ . Известны также расстояния между пунктами (стороны локационного треугольника):  $AC = S_1$ ;  $BC = S_2$ ;  $AB = S_3$ .

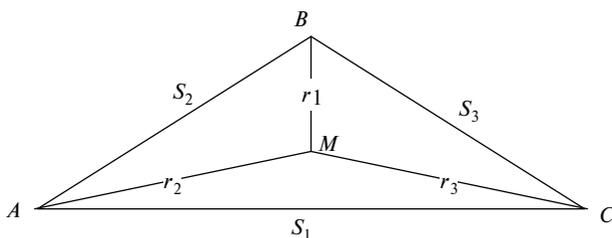


Рис. 5.3. Локационный треугольник В. Лаунхардта

Возможным пунктом размещения металлургического завода может быть в принципе каждая из трех точек размещения источников руды, угля и потребителя металла. В этих случаях суммарные затраты, связанные с перевозкой всех необходимых грузов для потребления 1 т металла, будут равны:

- $(bS_3 + S_1)t$  – при размещении завода в точке  $A$ ;
- $(aS_3 + S_2)t$  – при размещении завода в точке  $B$ ;
- $(aS_1 + S_2)t$  – при размещении завода в точке  $C$ .

Наилучшим пунктом размещения завода из рассмотренных трех будет тот, в котором транспортные затраты минимальны. Однако искомый пункт размещения может не совпадать ни с одной из вершин локационного треугольника, а находиться внутри него в некоторой точке  $M$ .

Расстояние от внутренней точки  $M$  до вершин треугольника составляют:  $AM = r_1$ ,  $BM = r_2$ ,  $CM = r_3$ . Тогда транспортные издержки при размещении металлургического завода в точке  $M$  будут равны  $T = (ar_1 + br_2 + r_3) \cdot t$ . Выполнение требования  $T \rightarrow \min$  дает точку оптимального местоположения логистического объекта.

### **Теория А. Вебера**

А. Вебер ввел в теоретический анализ новые факторы размещения производственно-логистических объектов в дополнение к транспортным издержкам и ставя более общую оптимизационную задачу: минимизацию общих издержек производства, а не только транспортных.

А. Вебер создал подробную классификацию факторов размещения по их влиянию, степени общности и проявлениям. Фактором размещения он называет экономическую выгоду, которая выявляется для хозяйственной деятельности в зависимости от места, где осуществляется эта деятельность. Эта выгода заключается в сокращении издержек по производству и сбыту определенного промышленного продукта и означает, следовательно, возможность изготовлять данный продукт в одном каком-либо месте меньшими издержками, чем в другом месте. В результате отсеивания элементов производственных издержек, не зависящих от местоположения, А. Вебер оставляет три фактора: издержки на сырые материалы, издержки на рабочую силу и транспортные издержки. Однако первый из них — разницу в ценах на используемые материалы — можно, как считает Вебер, выразить в различиях транспортных издержек, исключив из самостоятельного анализа. Все остальные условия, включающие размещение предприятия, он рассматривает как некоторую «объединенную агломерационную силу». Таким образом, анализируются три фактора: транспорт, рабочая сила и агломерация.

### **Теория центральных мест В. Кристаллера**

Наиболее поздняя теория (1993) о функциях и размещении системы пунктов в рыночном пространстве — теория центральных мест В. Кристаллера. Согласно этой теории, зоны обслуживания и реализации с течением времени имеют тенденцию оформляться в правильные

шестиугольники (пчелиные соты), а вся территория покрывается шестиугольниками (без просвета). Благодаря этому минимизируется среднее расстояние для реализации продукции и обслуживания потребителей.

Дальнейшее развитие теории размещения привело к появлению теории, построенной на анализе взаимосвязанных предприятий. Она основана на переходе от минимизации издержек (не только транспортных, но и производственных) к максимизации прибыли и доходов с использованием понятий переменных цен, ренты, функций спроса и предложения, элементов динамики.

### **Метод центра тяжести грузопотоков**

Метод аналогичен определению центра тяжести физического тела. Суть его состоит в следующем. Из легкого листового материала вырезают пластину, контуры которой повторяют границы района обслуживания. На эту пластину в местах расположения потребителей материального потока укрепляют грузы, вес которых пропорционален величине потребляемого в данном пункте потока. Затем модель уравнивают. Если распределительный центр разместить в точке района, которая соответствует точке центра тяжести изготовленной модели, то транспортные расходы по распределению материального потока на территории района будут минимальны.

При использовании метода необходимо учесть неизбежную ошибку, которая будет внесена весом пластины, выбранной для основы модели. Эта ошибка выразится присутствием на модели мнимого потребителя, расположенного в центре тяжести самой пластины, с грузооборотом, пропорциональным ее весу. Ошибка будет тем меньше, чем меньше вес пластины.

Применение описанного метода имеет одно ограничение. На модели расстояние от пункта потребления материального потока до места размещения распределительного центра учитывается по прямой. В связи с этим моделируемый район должен иметь развитую сеть дорог, так как в противном случае будет нарушен основной принцип моделирования — принцип подобия модели и моделируемого объекта.

Методом определения центра тяжести можно оптимизировать, например, размещение склада предприятия оптовой торговли, снабжающего магазины района продовольственными товарами. В этом случае необходимо уравновесить грузообороты обслуживаемых магазинов. Если зона обслуживания оптового склада включает несколько населенных пунктов, снабжаемых определенной группой товаров только с этого склада, то на модели распределительной системы гру-

зы могут быть пропорциональны численности населения соответствующих населенных пунктов [8-10].

Задача определения точки территории, соответствующей центру тяжести физической модели системы распределения, может быть решена с помощью известных математических формул:

$$A_x = \frac{\sum Q_i x_i}{\sum Q_i}, \quad (5.7)$$

$$A_y = \frac{\sum Q_i y_i}{\sum Q_i}. \quad (5.8)$$

В случае если транспортный тариф доставки груза со склада различным потребителям не одинаков, то месторасположение склада целесообразно определять как «центр равновесной системы транспортных затрат»:

$$A_x = \frac{\sum T_i x_i Q_i}{\sum T_i Q_i}, \quad (5.9)$$

$$A_y = \frac{\sum T_i y_i Q_i}{\sum T_i Q_i}, \quad (5.10)$$

где  $T_i$  – транспортный тариф для  $i$ -го клиента склада, р. /т·км.

### Метод полного перебора

Метод подразумевает осуществление полного перебора всех вариантов размещения склада на заданной территории с целью поиска такого, который позволит оптимизировать транспортные затраты, то есть целевая функция задачи будет задана следующим образом:

$$C_{\text{тр}} = \sum_{i=1}^N T_i Q_i l_i \rightarrow \min, \quad (5.11)$$

где  $l_i$  – расстояние от  $i$ -го клиента до распределительного склада.

Для теоретических расчетов возможно допущение, что расстояние до склада – прямая, расчет производится по формуле

$$l_i = \sqrt{(x_i - A_x)^2 + (y_i - A_y)^2}. \quad (5.12)$$

В реальных практических условиях возможен расчет расстояний с использованием карты местности.

Реализация данного метода вручную весьма трудоемка, вместе с тем, полный перебор легко осуществим с использованием доступных программных средств (например, MS Excel).

Рассмотрим применение методов центра тяжести и полного перебора на примере.

### Пример 5.3

Известны следующие данные о месте размещения клиентов перспективного склада и их потребности в поставках (табл. 5.10). Определить оптимальное расположение распределительного склада в регионе сбыта.

Таблица 5.10

#### Исходные данные для определения расположения распределительного склада

Клиент склада	Координаты клиента склада, км		Транспортный тариф, у.д.е./т	Объем перевозки, т
	$x_i$	$y_i$		
$K_j$	$x_j$	$y_j$	$T_j$	$Q_j$
1	0	575	0,8	300
2	300	500	0,5	250
3	550	600	0,6	150
4	150	125	1	150
5	275	300	1	75
6	400	275	1	125
7	500	100	1	100
8	600	550	1	150

Для расчета координат размещения склада выполним вспомогательные расчеты (табл. 5.11).

Таблица 5.11

#### Определение координат распределительного склада

Исходные данные				1 способ		2 способ		
$x_i$	$y_i$	$T_i$	$Q_i$	$x_i Q_i$	$y_i Q_i$	$T x_i Q_i$	$T y_i Q_i$	$T y_i Q_i$
0	575	0,8	300	0	172500	0	240	138000
300	500	0,5	250	75000	125000	37500	125	62500

Исходные данные				1 способ		2 способ		
$x_i$	$y_i$	$T_i$	$Q_i$	$x_i Q_i$	$y_i Q_i$	$T_i x_i Q_i$	$T_i y_i Q_i$	$T_i Q_i$
550	600	0,6	150	82500	90000	49500	90	54000
150	125	1	150	22500	18750	22500	150	18750
275	300	1	75	20625	22500	20625	75	22500
400	275	1	125	50000	34375	50000	125	34375
500	100	1	100	50000	10000	50000	100	10000
600	550	1	150	90000	82500	20000	150	82500
Сумма			<b>1300</b>	<b>390625</b>	<b>555625</b>	<b>320125</b>	<b>1055</b>	<b>422625</b>

При подстановке значений в формулы (5.6) – (5.9) получим два варианта:

1) координаты распределительного склада, как «центра тяжести грузовых потоков»:

$$A_x = \frac{390625}{1300} = 300 \text{ км};$$

$$A_y = \frac{555625}{1300} = 427 \text{ км};$$

2) координаты распределительного склада, как «центра равновесной системы транспортных затрат»:

$$A_x = \frac{320125}{1055} = 303 \text{ км};$$

$$A_y = \frac{422625}{1055} = 400 \text{ км}.$$

Принципиальное отличие третьего варианта (метода полного перебора) заключается в том, что он сформулирован как классическая оптимизационная задача. Для решения задачи третьим методом воспользуемся функцией «Поиск решения» MS Excel.

В таблицу Excel заносятся исходные данные, расчетные столбцы  $l_i$  и  $T_i Q_i l_i$  с вычисленными значениями по формулам (5.10) – (5.11) и поле вывода оптимальных координат склада  $A_x, A_y$  (рис. 5.4). Значение целевой функции записывается как сумма значений по столбцу  $T_i Q_i l_i$ .

	A	B	C	D	E	F
1	Исходные данные				Расчет	
2	$x_i$	$y_i$	$T_i$	$Q_i$	$l_i$	$T_i Q_i l_i$
3	0	575	0,8	300	=КОРЕНЬ((A3-\$B\$14)^2+(B3-\$B\$15)^2)	=C3*D3*E3
4	300	500	0,5	250	=КОРЕНЬ((A4-\$B\$14)^2+(B4-\$B\$15)^2)	=C4*D4*E4
5	550	600	0,6	150	=КОРЕНЬ((A5-\$B\$14)^2+(B5-\$B\$15)^2)	=C5*D5*E5
6	150	125	1	150	=КОРЕНЬ((A6-\$B\$14)^2+(B6-\$B\$15)^2)	=C6*D6*E6
7	275	300	1	75	=КОРЕНЬ((A7-\$B\$14)^2+(B7-\$B\$15)^2)	=C7*D7*E7
8	400	275	1	125	=КОРЕНЬ((A8-\$B\$14)^2+(B8-\$B\$15)^2)	=C8*D8*E8
9	500	100	1	100	=КОРЕНЬ((A9-\$B\$14)^2+(B9-\$B\$15)^2)	=C9*D9*E9
10	600	550	1	150	=КОРЕНЬ((A10-\$B\$14)^2+(B10-\$B\$15)^2)	=C10*D10*E10
11	Целевая функция					=C5MM(F3:F10)
12						
13	Координаты склада					
14	Ax					
15	Ay					

Рис. 5.4. Пример оформления данных для расчета оптимальных координат склада в MS Excel

После оформления исходных данных вызывают функцию «Поиск решения». В появившееся окно вносят данные о целевой функции, изменяемых ячейках, ограничениях (рис. 5.5), после чего дается команда «Выполнить» и «ОК».

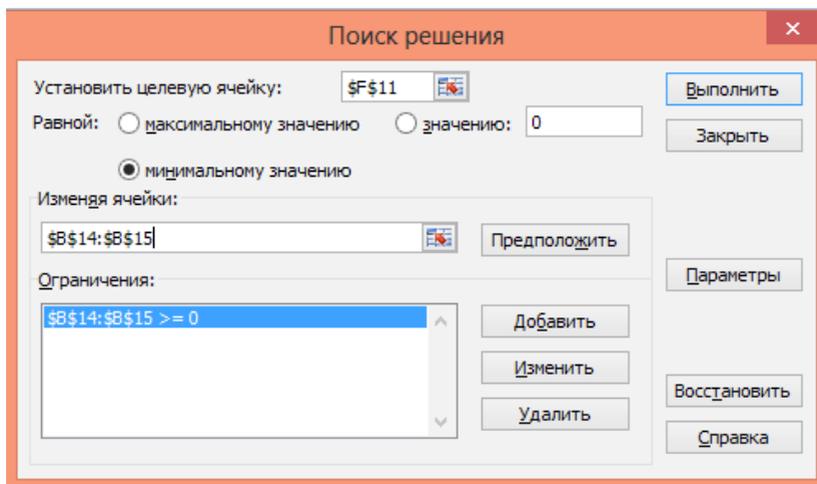


Рис. 5.5. Ввод ограничений для решения задачи в MS Excel

После выполнения ряда итераций программа выводит искомые значения координат склада (ячейки B14, B15), минимальное значение целевой функции (ячейка F11) (рис. 5.6).

	A	B	C	D	E	F
1	<b>Исходные данные</b>				<b>Расчет</b>	
2	$x_i$	$y_i$	$T_i$	$Q_i$	$l_i$	$T_i Q_i l_i$
3	0	575	0,80	300	363,8	87317,6
4	300	500	0,50	250	111,7	13958,7
5	550	600	0,60	150	317,5	28574,0
6	150	125	1,00	150	310,2	46525,0
7	275	300	1,00	75	96,7	7253,6
8	400	275	1,00	125	143,6	17952,7
9	500	100	1,00	100	344,4	34442,5
10	600	550	1,00	150	329,3	49393,8
11	<b>Целевая функция</b>					285418,0
12						
13	<b>Координаты склада</b>					
14	Ax	312,7				
15	Ay	389,1				
16						

Рис. 5.6. Результаты поиска оптимального места размещения склада в MS Excel

Итак, при решении задачи методом полного перебора с использованием MS Excel получили следующие координаты склада: (312,7, 389,1).

Отобразим результаты расчета месторасположения распределительного центра тремя методами на условной карте (рис. 5.7).

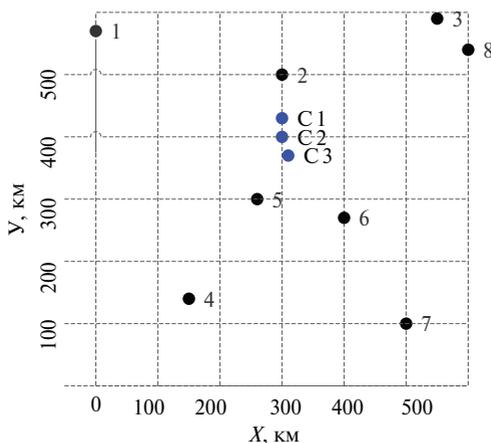


Рис. 5.7. Местоположение распределительного склада относительно клиентов (C1 – метод центра тяжести; C2 – метод равновесных транспортных затрат; C3 – метод полного перебора)

На реальной местности точка территории, обеспечивающая минимум транспортной работы по доставке, в общем случае не совпадает с найденным на карте центром тяжести грузопотоков, но, как правило, находится где-то недалеко. Подобрать приемлемое место для склада позволит последующий анализ возможных мест размещения в окрестностях найденного центра тяжести.

#### **5.4. Выбор числа складов в системе распределения**

Сеть, через которую осуществляется распределение материального потока, является значимым элементом логистической системы. Построение сети распределительных центров существенно влияет на расходы, которые возникают в процессе доведения товаров до потребителей, а через них и на конечную стоимость реализованного продукта. Расположение складов рядом с рынками сбыта облегчает пополнение запасов клиентов. Географические размеры рынка, который обслуживается таким складом, зависит от желаемой скорости поставок, от среднего размера заказа и от величины удельных расходов на местную транспортировку. Главным критерием работы таких складов является обеспечение надлежащего качества обслуживания или минимизация логистических расходов. Расположение складов вблизи производств облегчает накопление необходимого для поставок потребителям ассортимента продукции. Такое расположение складов позволяет отправлять потребителям смешанные грузы по консолидированным тарифам. Наилучшей товаропроводящей сетью с распределительными центрами является сеть, которая обеспечивает наивысший уровень обслуживания потребителей при минимальных общих затратах. В состав общих затрат функционирования распределительной сети включают издержки складирования и управления запасами, транспортные издержки по доставке грузов в распределительной сети, а также потери, обусловленные низким уровнем сервиса. Определение оптимального числа складов базируется на основе экономического компромисса между разными группами затрат. Проиллюстрируем алгоритм принятия решения о числе складов в распределительной сети на примере.

### Пример 5.4

Фирма принимает решение о формировании региональной системы распределения продукции. В регионе сбыта у фирмы есть 8 крупных клиентов – потребителей материального потока. Известны координаты их размещения и объем потребности в поставках (см. пример 5.3, табл. 5.10). В результате анализа складской недвижимости в регионе выбраны 3 альтернативных варианта формирования складской сети (табл. 5.12).

Таблица 5.12

**Варианты складской распределительной сети в регионе**

Число складов в сети	Координаты складов, км		Плановый грузооборот складов, т
	$A_x$	$A_y$	
1	312,7	389,1	1300
2	300,0	500,0	650
	400,0	275,0	650
3	347,5	233,2	433,3
	549,7	596,2	433,3
	0,0	575,0	433,3

Известны следующие параметры затрат на содержание склада: размер запаса – 10 дней, число рабочих дней в году – 250 дней, нагрузка площади склада – 0,2 тонны на 1 м<sup>2</sup>.

Переменные затраты грузопереработки 1 тонны груза на складе – 90 у.д.е. Условно-постоянные затраты эксплуатации каждого склада дифференцируются в зависимости от площади склада: до 100 м<sup>2</sup> – 95 000 у.д.е., от 100 до 200 м<sup>2</sup> – 100 000 у.д.е., от 200 м<sup>2</sup> – 130 000 у.д.е.

Расходы на управление распределительной сетью с одним складом составляют 70 000 у.д.е., с каждым дополнительным складом данные расходы увеличиваются на 65 %.

Отдел маркетинга провел анализ потребительских потребностей и получил следующую зависимость уровня обслуживания потребителей от числа складов в сети: вероятность потери клиентов при одном складе в сети составляет 35 %, при двух складах – 15 %, трех – 10 %. Средняя стоимость привлечения одного клиента – 500 000 у.д.е.

### *Решение*

Выберем в качестве независимой переменной величину  $N$  – количество складов, через которые осуществляется снабжение потребителей. В качестве зависимых переменных будем рассматривать следующие виды издержек:

- транспортные расходы;
- расходы, связанные с эксплуатацией складского хозяйства;
- расходы, связанные с управлением складской системой;
- потери продаж, вызванные удалением снабжающего склада от потребителя.

Для определения оптимального количества складов необходимо в разрезе всей системы распределения оценить, как в зависимости от изменения  $N$  изменяются те или иные расходы и потери. Рассчитаем величину затрат и охарактеризуем зависимость издержек каждого вида от количества складов.

#### *1. Затраты на транспортировку товаров в сети распределения*

При наличии одного склада в системе распределения затраты на доставку груза потребителям рассчитываются по формуле

$$C_{\text{тр}} = \sum_{i=1}^N T_i Q_i l_i, \quad (5.13)$$

где  $T_i$  – тариф на перевозку груза  $i$ -му клиенту склада, у.д.е./т·км;

$Q_i$  – объем перевозок груза  $i$ -му клиенту склада, т;

$l_i$  – расстояние перевозки от склада до  $i$ -го клиента, км.

Принимая допущение, что расстояние до склада – прямая, расчет производится по формуле (5.12).

Величина транспортных затрат при наличии одного склада в сети и известных координатах размещения склада и потребителей рассчитана в п. 5.3 настоящего пособия (см. рис. 5.6). Она составила 285 418 у.д.е. Для расчета транспортных затрат при наличии двух и более складов в сети необходимо первоначально решить задачу закрепления потребителей за соответствующими складами. Данная задача решается методом линейного программирования и известна как «транспортная задача». Алгоритм решения транспортной задачи приведен в п. 3.3 настоящего пособия.

Результат решения транспортной задачи для сети с двумя и тремя распределительными складами приведен в табл. 5.13, 5.14.

Таблица 5.13

**Оптимальный план перевозок для сети с двумя  
распределительными складами**

Клиент склада, $i$	Склад, $j$		Потребность клиента, т
	1	2	
1	300	–	300
2	200	50	250
3	150	–	150
4	–	150	150
5	–	75	75
6	–	125	125
7	–	100	100
8	–	150	150
Мощность склада, т	650	650	1300

Таблица 5.14

**Оптимальный план перевозок для сети с тремя  
распределительными складами**

Клиент склада, $i$	Склад, $j$			Потребность клиента, т
	1	2	3	
1	–	–	300,0	300
2	–	133,3	116,7	250
3	–	150,0	–	150
4	133,3	–	16,7	150
5	75,0	–	–	75
6	125,0	–	–	125
7	100,0	–	–	100
8	–	150,0	–	150
Мощность склада, т	433,3	433,3	433,3	1300

Транспортные затраты для распределительной сети с двумя складами составят 225 563,7 у.д.е., с тремя – 120 431,1 у.д.е. Таким образом, с увеличением числа складов распределительной сети транспортные затраты сокращаются.

*2. Затраты на эксплуатацию складов в сети распределения*

Совокупные затраты на эксплуатацию складов состоят из двух компонентов: переменные затраты, зависящие от объема грузооборо-

та, и условно-постоянные затраты, дифференцируемые в зависимости от площади помещения. Потребная площадь складских помещений рассчитывается по формуле (5.5) (см. п. 5.2 настоящего пособия).

Результаты расчета затрат на эксплуатацию складов приведены в табл. 5.15.

Таблица 5.15

**Расчет затрат на эксплуатацию складов, у.д.е.**

Число складов в сети	Плано-вый грузооборот одного склада, т	Площадь одного склада, м <sup>2</sup>	Постоянные расходы содержания склада	Переменные расходы содержания одного склад	Суммарные затраты на эксплуатацию складских помещений
1	1300	260,0	130000	117000	247000
2	650	130,0	100000	58500	317000
3	433,3	86,7	95000	38997	401991

Таким образом, с увеличением числа складов распределительной сети затраты на эксплуатацию складов увеличиваются.

**3. Затраты на управление складской системой**

Затраты на управление складской системой увеличиваются с увеличением числа складов в складской сети (табл. 5.16).

Таблица 5.16

**Расчет затрат на управление складской системой**

Число складов в сети	Затраты на управление складской системой, у.д.е.
1	70000
2	115500
3	190575

**4. Потери продаж, вызванные сокращением числа складов**

Потери продаж увеличиваются с сокращением числа складов в сети, это вызвано удалением снабжающего склада от потребителя и снижением заинтересованности клиента в более дальнем поставщике. Потери рассчитываются как произведение вероятности потери клиентов на величину затрат по привлечению клиентуры. Расчет представлен в табл. 5.17.

Расчет потерь, вызванных сокращением числа складов

Число складов в сети	Вероятность потери клиента, %	Стоимость привлечения клиента, у.д.е.	Потери, у.д.е.
1	35	500 000	175000
2	15	500 000	75000
3	10	500 000	50000

Расчет общих логистических затрат по каждому варианту распределительной сети представлен в табл. 5.18. Результат расчета показал, что минимальное значение совокупные затраты принимают при наличии двух складов в сети. Графически полученные зависимости представлены на рис. 5.8.

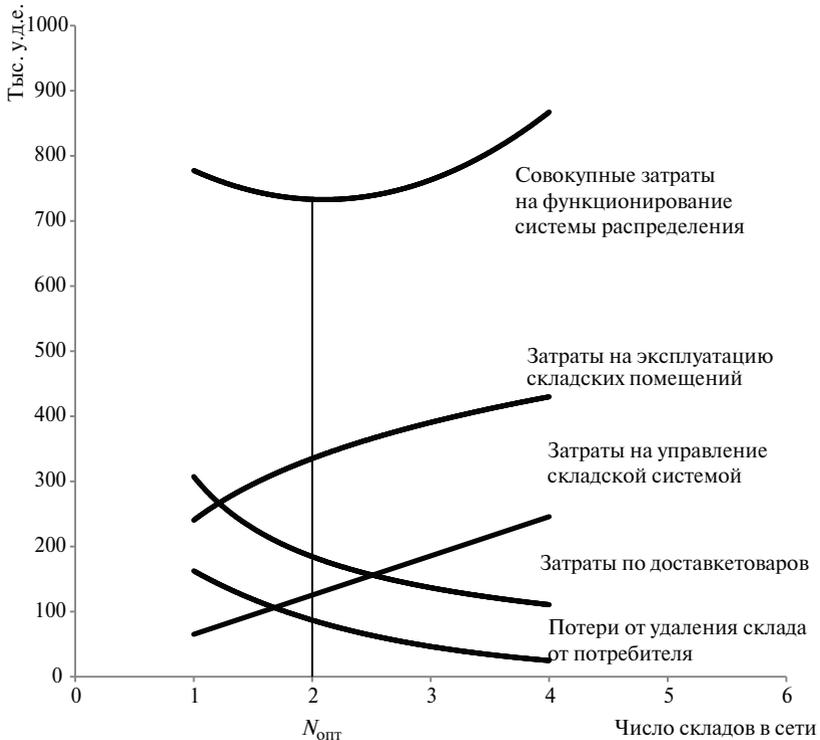


Рис. 5.8. Зависимость затрат на функционирование системы распределения от числа складов

Таблица 5.18

**Совокупные логистические издержки в сети распределения, у.д.е.**

Число складов в сети	Затраты на доставку грузов	Затраты на эксплуатацию складских помещений	Затраты на управление складской системой	Потери, вызванные сокращением числа складов	Суммарные затраты
1	285418	247000	70000	175000	777418
2	225564	317000	115500	75000	733064
3	120431	401991	190575	50000	762997

Таким образом, два склада в распределительной сети являются оптимальным вариантом, обеспечивающим минимум совокупных затрат на логистику.

## Библиографический список

1. Алесинская Т. В. Основы логистики. Функциональные области логистического управления / Т. В. Алесинская. — Таганрог : ТТИ ЮФУ, 2010. — 116 с.
2. Бродецкий Г. Л. Системный анализ в логистике: выбор в условиях неопределенности / Г. Л. Бродецкий. — М. : Академия, 2010.
3. Бродецкий Г. Л. Управление рисками в логистике / Г. Л. Бродецкий. — М. : Академия, 2010.
4. Бродецкий Г. Л. Экономико-математические методы и модели в логистике. Процедуры оптимизации : учебник / Г. Л. Бродецкий, Д. А. Гусев. — М. : Академия, 2012. — 288 с.
5. Балалаев А. С. Транспортное и складское обеспечение логистики : учеб. пособие / А. С. Балалаев, А. В. Кочемасова, С. Н. Третьяк. — Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2008. — 140 с.
6. Бауэрсокс Д. Дж. Логистика: интегрированная цепь поставок / Д. Дж. Бауэрсокс, Д. Дж. Клосс. — М. : Олимп-Бизнес, 2001. — 640 с.
7. Дыбская В. В. Логистика: интеграция и оптимизация логистических бизнес-процессов в цепях поставок : учебник / В. В. Дыбская [и др.]. — М. : Эксмо, 2011. — 944 с. (Полный курс MBA).
8. Гаджинский А. М. Логистика : учебник для бакалавров / А. М. Гаджинский. — 21-е изд. — М. : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2013. — 420 с.
9. Гаджинский А. М. Проектирование товаропроводящих систем на основе логистики : учебник / А. М. Гаджинский. — М. : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2013. — 324 с.
10. Гаджинский А. М. Практикум по логистике / А. М. Гаджинский. — М. : ИВЦ «Маркетинг», 2001. — 180 с.
11. Голубчик А. М. Транспортно-экспедиторский бизнес: создание, становление, управление / А. М. Голубчик. — М. : ТрансЛит, 2011. — 317 с.
12. Григорьев М. Н. Логистика. Продвинутый курс : учебник для магистров / М. Н. Григорьев, А. П. Долгов, С. А. Уваров. — 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2011. — 734 с.
13. Иванов Д. А. Управление цепями поставок / Д. А. Иванов. — СПб. : Издательство Политехнического университета, 2010. — 659 с.

14. Корпоративная логистика. 300 ответов на вопросы профессионалов / под общ. и научн. ред. проф. В. И. Сергеева. – М. : Инфра-М, 2008. – 976 с.
15. Кочнева Д. И. Повышение эффективности функционирования региональной контейнерной транспортно-логистической системы: дис. ... канд. техн. наук : 05.22.01 : защищена 25.05.12 : утв. 12.11.12 / Д. И. Кочнева. – Екатеринбург, 2012. – 173 с.
16. Кочнева Д. И. Моделирование продолжительности нахождения контейнера в региональной контейнерной транспортно-логистической системе / Д. И. Кочнева // Вестник УрГУПС. – 2012. – № 3. – С. 54–61.
17. Кочнева Д. И. Имитационная модель региональной контейнерной транспортно-логистической системы / Д. И. Кочнева // Вестник РГУПС. – 2012. – № 1. – С. 143–152.
18. Кочнева Д. И. Организация движения порожнего контейнеропотока в региональной контейнерной транспортно-логистической системе / Д. И. Кочнева // Вестник УрГУПС. – 2012. – № 1. – С. 46–53.
19. Кочнева Д. И. Имитационная модель контейнерного терминала – элемента региональной транспортно-логистической сети / Д. И. Кочнева, С. В. Сизый, В. М. Сай // Транспорт Урала. – 2011. – № 2 (29). – С. 31–37.
20. Кочнева Д. И. Транспортная логистика : учеб. пособие / Д. И. Кочнева. – Екатеринбург : УрГУПС, 2015. – 181 с.
21. Курганов В. М. Логистика. Транспорт и склад в цепи поставок товаров : учеб.-практ. пособие для студентов высших учебных заведений / В. М. Курганов. – М. : Книжный мир, 2009. – 512 с.
22. Леонтьев Р. Г. Введение в аксиоматику транспортной логистики / Р. Г. Леонтьев. – Хабаровск : Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2007. – 58 с.
23. Логистика складирования : учеб. по специальности 080506 «Логистика и управление цепями поставок» / В. В. Дыбская. – М. : Инфра-М, 2012. – 557 с.
24. Логистика : учеб. пособие / Б. А. Аникин [и др.]. – М. : Проспект, 2011. – 405 с.
25. Лукинский В. С. Формула Уилсона: анализ вариантов / В. С. Лукинский, И. А. Цвиринько // Организация перевозок с применением принципов логистики : сб. науч. тр. / СПбГИЭУ. – СПб., 2002. – 219 с.
26. Милославская С. В. Транспортно-технологические системы : учеб. пособие / С. В. Милославская, Ю. А. Почаев. – М. : Изд-во «Альтаир», 2004. – 133 с.

27. Миротин Л. Б. Эффективная логистика / Л. Б. Миротин, Ы. Э. Ташбаев, О. Г. Порошина. – М. : Экзамен, 2010. – 106 с.
28. Моисеева Н. К. Экономические основы логистики : учебник / Н. К. Моисеева. – М. : ИНФРА-М, 2014. – 528 с.
29. Мищенко А. В. Методы управления ограниченными ресурсами в логистике : учеб. пособие / А. В. Мищенко. – М. : ИНФРА-М, 2011. – 184 с.
30. Модели и методы теории логистики : учеб. пособие / под ред. В. С. Лукинского. – 2-е изд. – СПб. : Питер, 2008. – 448 с.
31. Мур Дж. Экономическое моделирование в Microsoft Excel : пер. с англ. / Дж. Мур, Л. Р. Уэдерфорд. – М. : Вильямс, 2004. – 1024 с.
32. Николашин В. М. Логистические принципы контейнерных перевозок и оптимизация цепей поставок товаров / Николашин В. М. // ВИНТИ РАН: Транспорт: наука, техника, управление. – 2009. – № 1. – С. 28–31.
33. Николайчук В. Е. Транспортно-складская логистика : учеб. пособие / В. Е. Николайчук. – М. : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2005. – 452 с.
34. Неруш Ю. М. Логистика : учебник / Ю. М. Неруш. – М. : Проспект : Велби, 2008. – 517 с.
35. Николайчук В. Е. Логистический менеджмент : учебник / В. Е. Николайчук. – М. : Дашков и К°, 2012. – 978 с.
36. Оганесян М. Д. Методы разделения товарных групп в ABC-анализе / М. Д. Оганесян // Логистика и управление цепями поставок. – 2004. – № 2-3. – С. 56-59.
37. Основы логистики : учеб. пособие / под ред. Л. Б. Миротина, В. И. Сергеева. – М. : Инфра-М, 2009. – 200 с.
38. Плетнева Н. Г. Моделирование производственных процессов на транспорте : учеб. пособие / Н. Г. Плетнева, В. В. Лукинский, И. А. Пластуняк. – СПб. : СПбГИЭУ, 2003. – 110 с.
39. Просветов Г. И. Математические методы в логистике: задачи и решения : учеб.-практ. пособие / Г. И. Просветов. – М. : Альфа-Пресс, 2008. – 302 с.
40. Родников А. Н. Логистика : терминологический словарь / А. Н. Родников. – М. : Инфра-М, 2009. – 352 с.
41. Садовский В. Н. Системный анализ в экономике и организации производства / В. Н. Садовский – М. : Политехника, 1991. – 398 с.
42. Сергеев В. И. Логистические системы мониторинга цепей поставок / В. И. Сергеев, И. В. Сергеев. – М. : Инфра-М, 2009. – 172 с.

43. Скляров И. Ф. Система – системный подход – теории систем / И. Ф. Скляров – М. : Либроком, 2011. – 152 с.
44. Стерлигова А. Н. Управление запасами в цепях поставок : учебник / А. Н. Стерлигова. – М. : ИНФРА-М, 2013. – 430 с.
45. Транспортная логистика : учеб. / под общ. ред. Л. Б. Миротина. – 2-е изд. – М. : Экзамен, 2005. – 512 с.
46. Транспортная логистика : учеб.-метод. пособие для вузов / Р. Б. Ивуть, Т. Р. Кисель. – Минск : БНТУ, 2012. – 377 с.
47. Третьяков Г. М. Организация контейнерных перевозок на железнодорожном транспорте / Г. М. Третьяков, И. В. Горюшинский, О. В. Москвичев. – 2-е изд. доп. – Самара : СамГУПС, 2009. – 376 с.
48. Троицкая Н. А. Единая транспортная система : учебник / Н. А. Троицкая, А. Б. Чубуков. – М. : ИЦ Академия, 2013. – 240 с.
49. Уотерс Д. Логистика: управление цепью поставок : пер. с англ. / Д. Уотерс. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 503 с.
50. Terminology in Logistics. Annex Dictionary / UK: European Logistics Association, 1994. – 367 p.

*Учебное издание*

**Кочнева Дарья Ивановна**

## **МЕТОДЫ И МОДЕЛИ ЛОГИСТИКИ**

Учебно-методическое пособие по дисциплинам  
«Основы логистики», «Логистика», «Логистика снабжения»,  
«Методы и алгоритмы решения задач оптимизации транспортных систем», «Транспортная логистика», «Экономические основы логистики», «Экономика логистической деятельности», «Экономика логистических систем», «Интегрированное планирование цепей поставок», «Логистика производства и управление затратами», «Управление цепями поставок», «Управление затратами и администрирование цепей поставок», «Управление проектами в логистике» для студентов направлений подготовки 38.03.02 «Менеджмент», 38.03.01 «Экономика», 38.04.02 «Менеджмент» (уровень магистратуры), 38.04.01 «Экономика» (уровень магистратуры), 23.03.01 «Технология транспортных процессов» всех форм обучения

Редактор Н. А. Попова  
Верстка Н. А. Журавлевой

Подписано в печать 22.03.2018. Формат 60x84/16.  
Усл. печ. л. 9,8. Тираж 40 экз. Заказ 86.

УрГУПС  
620034, Екатеринбург, ул. Колмогорова, 66